# 基于布尔矩阵的推挽变压器建模方法

### 伍家驹,周叶,陈亮亮,徐杰,李军华

(南昌航空大学信息工程学院,江西南昌 330063)

摘要:电子变压器周边电子器件的开关状态影响着变换器的工作模态,且易造成子回路的冗余和缺失,影响建模。以推挽式电压型逆变器为例,先以行列式表达推挽变压器中全部支路的诸通断状态,再据 SPWM 的规律、电子器件的导通条件和电磁能量的传输过程,归纳出简化判据,逐步得到有效矩阵,最后以微分方程来描述工作过程并导出状态方程。仿真和实验表明:基于布尔矩阵的建模方法所得数学模型能准确有效地表达 推挽变压器的能量传输过程。

关键词:Boolean矩阵;逆变器;推挽变压器;数学建模;简化判据 中图分类号:TM46 文献标识码:A DOI:10.19457/j.1001-2095.dqcd19270

Modeling Method of Push-pull Transformers Based on Boolean Matrix

WU Jiaju, ZHOU Ye, CHEN Liangliang, XU Jie, LI Junhua (College of Information Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, Jiangxi, China)

**Abstract:** The switching state of the electronic devices around the electronic transformers affects the working mode of the converter, and easily leads to redundancy and loss of the sub-circuit, which affects the modeling. The push-pull voltage source inverter was taken as an example, the on-off states of all branches in the push-pull transformers were firstly expressed by determinant, then the simplified criterion was generalized according to the SPWM law, the conduction conditions of electronic devices and the transmission process of electromagnetic energy, and then the effective matrix was got step by step. Finally, the working process was described by differential equation, then equation of state was derived. Simulation and experiment show that the mathematical model based on Boolean matrix can accurately and effectively express the energy transfer process of push-pull transformers.

Key words: Boolean matrix; invertor; push-pull transformers; mathematical modeling; principle of simplification

电子变压器具有电压调节灵活、输入输出回路相互绝缘等不可替代的结构特点,在电力电子功率变换器中得到了广泛的应用<sup>[1-3]</sup>。电子变压器以电磁能量交换的形式直接参与功率变换,不但左右着电力电子系统的变换效率、功率密度和波纹等技术指标,而且其数学模型作为控制对象的关键因素,对电源调整率、输出调整率和输出精度等由控制系统确定的技术指标也有着重要影响<sup>[4-6]</sup>。在功率变换器系统动静态特性评估、优化设计及开关环境的改善等过程均涉及到变压器的数学模型及其参数辨识<sup>[7-10]</sup>。变压器的外特性不仅与工作频率、电流波形和磁性材料的非线性有关,而且与PWM的调制模式、半导体器件的

导通条件和电磁能量的传输过程相关<sup>[11]</sup>,甚至在 建模阶段也常有工作模态缺失、冗余和模态接替 顺序出错等状况发生<sup>[12-14]</sup>,故常难以透彻掌握而 令人困惑。目前电力电子系统常用到的建模方 法有电路平均法<sup>[15]</sup>、状态空间平均法<sup>[16-17]</sup>、符号法 分析法<sup>[18-19]</sup>以及离散时域建模法<sup>[20-21]</sup>,而这些方 法在列出数学表达式之前都必须将符合实际工 况的模态及其更替顺序分析整理清楚。

本文以推挽式电压型逆变器为例,根据主回路的拓扑结构,以开关布尔矩阵表达各支路的通断状态,按正弦脉宽调制(sinusoidal pulse width modulation, SPWM)规律、半导体器件的导通条件和电磁能量的传输过程,归纳出对应的简化判

**基金项目**:国家自然科学基金资助项目(51167014,50967003,50467003) 作者简介:伍家驹(1951-),男,博士,教授,Email:wujiaj2003@aliyun.com

据,逐步简化出有效矩阵,再以微分方程来描述 功率变换器的工作过程并导出状态方程,最后通 过仿真和实验进一步验证所建立推挽变压器模 型的有效性。

- 1 布尔矩阵表达各支路状态
- 1.1 推挽式电压型逆变器简介

推挽式电压型逆变器原理图如图1所示。



图 1 推挽式电压型逆变器 Fig.1 Push-pull voltage source inverter

图1中,E为直流电压源,线圈N<sub>1</sub>和线圈N<sub>2</sub> 共同构成一次线圈;L<sub>im</sub>为线圈N<sub>i</sub>的自感,L<sub>i</sub>为N<sub>i</sub> 的有效漏感,M<sub>ij</sub>为N<sub>2</sub>-N<sub>i</sub>间的互感,i,j均属于{1, 2,3},e<sub>i</sub>为电动势;T<sub>1</sub>,T<sub>2</sub>和D<sub>1</sub>,D<sub>2</sub>分别为IGBT及 其续流二极管;u<sub>ge1</sub>和u<sub>ge2</sub>为半周单极性SPWM输 入,经推挽功放后从变压器的次级输出双电平 的SPWM,再经L<sub>3</sub>,C和负载构成的低通滤波器 后得到正弦波输出。

## 1.2 布尔矩阵表达的各支路开关状态

对图1中的各个元器件所在支路编号:T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>,D<sub>1</sub>,D<sub>2</sub>,N<sub>1</sub>,N<sub>2</sub>和电源*E*分别标记为"1,2,3,4, 5,6,7",线圈N<sub>3</sub>、电容C、电阻R<sub>0</sub>,电感L<sub>0</sub>分别对 应标记为"8,9,10,11";此外,因漏感L<sub>i</sub>在实际的 变压器中并不是单独作为1个元器件存在且有时 空属性<sup>[22]</sup>,在构建模态作电路分析时不会产生歧 义,故暂不讨论其支路的投切状态,也不进行编 号。

图1中,"1"表示该部分处于导通状态,"0"则 表示截止,在依模态作电路分析时该支路可以被 删除。在逆变器正常工作时,副边的元器件应一 直处于导通工作的状态,所以在矩阵中将其都始 终标记为"1",即"8,9,10,11"为非开关支路。而逆 变器的原边除了"7"号的直流电压源一直处于导 通状态外,其余都是有导通或关断状态的开关支 路。"1,2"分别为全控开关器件T<sub>1</sub>,T<sub>2</sub>所在的支路; "3,4"分别为不控开关器件D<sub>1</sub>,D<sub>2</sub>所在的支路; "5,6"分别为由"推""挽"工作方式(初级两线圈 通常是不可能同时传输能量的)所致的各1/2的 初级线圈N<sub>1</sub>,N<sub>2</sub>所在的支路,具体编号如图2所 示。



图 2 各支路编号 Fig.2 Numbers of branches

主回路共有6个开关变量,可构成2<sup>6</sup>=64种工 作状态,用矩阵P表示。因全面表达了各种状况, 故矩阵较大,将其分为A,B,C,D4块来表示。在 矩阵P中,行为模态、列为图2中的支路编号,表 达式如下:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{D} \end{bmatrix}$$
(1)

各分块矩阵的表达式如下:

	- I I	H J 4	ne	- V.		•						
	[1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1]	
4-	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	
	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	
	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	
	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	
	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	
	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	
	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	( <b>2</b> )
A -	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	(2)
	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	
	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	
	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	
	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	
	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	
	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	
	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
	[0]	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1]	
	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	
	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	
	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	(2)
	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	
	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	
	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	
R =	0	1	Ω	1	1	1	1	1	1	1	1	
<b>D</b> –	1	1	U	1	1	1	1	1	1	1	- I	
	0	1	1	$\stackrel{1}{0}$	$\stackrel{1}{0}$	0	1	1	1	1	1	$(\mathbf{J})$
	000	1 1 1	1 1				1 1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1	1 1	()
	0 0 0	1 1 1	1 1 1		0 0 1	0 1 0	1 1 1	1 1 1 1	1 1 1	1 1 1 1	1 1 1	(3)
	0 0 0 0	1 1 1 1	1 1 1 1		1 0 0 1 1	0 1 0 1	1 1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1	(3)
	0 0 0 0 0	1 1 1 1 1	1 1 1 1 1			0 1 0 1 0	1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1	(3)
	0 0 0 0 0 0 0		1 1 1 1 1 1 1	$     \begin{array}{c}       1 \\       0 \\       0 \\       0 \\       0 \\       1 \\       1     \end{array} $	$     \begin{array}{c}       1 \\       0 \\       0 \\       1 \\       1 \\       0 \\       0 \\       0     \end{array} $	0 1 0 1 0 1 0	1 1 1 1 1 1 1	1     1     1     1     1     1     1     1     1     1	1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	(3)
	0 0 0 0 0 0 0 0 0	1 1 1 1 1 1 1 1		$     \begin{array}{c}       1 \\       0 \\       0 \\       0 \\       0 \\       1 \\       1 \\       1     \end{array} $	1 0 0 1 1 0 0 1	0 1 0 1 0 1 0	1 1 1 1 1 1 1 1 1			$     \begin{array}{c}       1 \\     $	1 1 1 1 1 1 1 1	(3)
	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0			$     \begin{array}{c}       1 \\       0 \\       0 \\       0 \\       0 \\       1 \\       1 \\       1 \\       1     \end{array} $	$     \begin{array}{c}       1 \\       0 \\       0 \\       1 \\       1 \\       0 \\       0 \\       1 \\       1 \\       1     \end{array} $	0 1 0 1 0 1 0 1 0 1	$     \begin{array}{c}       1 \\     $	$     \begin{array}{c}       1 \\     $	$     \begin{array}{c}       1 \\     $	$     \begin{array}{c}       1 \\     $	1 1 1 1 1 1 1 1	

67

	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1]	
<b>C</b> =	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	
	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	
	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	
	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	
	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	
	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	
	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	$(\mathbf{A})$
C	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	(4)
	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	
	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	
	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	
	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	
	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	
	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	
	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
	[1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1]	
	1 1	1 1	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array}$	0 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	
	1 1 1	1 1 1	0 0 0	0 0 0	0 0 1	0 1 0	1 1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1	
	1 1 1 1	1 1 1 1	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 1 1	0 1 0 1	1 1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1	
	1 1 1 1	1 1 1 1	0 0 0 0 0	0 0 0 1	0 0 1 1 0	0 1 0 1 0	1 1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1	$\begin{array}{c}1\\1\\1\\1\\1\\1\end{array}$	
	1 1 1 1 1	1 1 1 1 1	0 0 0 0 0 0	0 0 0 1 1	0 0 1 1 0 0	0 1 0 1 0 1	1 1 1 1 1	1 1 1 1 1	1 1 1 1 1	1 1 1 1 1	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\end{array} \end{array} $	
	$   \begin{bmatrix}     1 \\     1 \\     1 \\     1 \\     1 \\     1 \\     1 \\     1   \end{bmatrix} $	1 1 1 1 1 1	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 1 1 1	0 0 1 1 0 0 1	0 1 0 1 0 1 0	1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\end{array} \end{array} $	
D=	$   \begin{bmatrix}     1 \\     1 \\     1 \\     1 \\     1 \\     1 \\     1 \\     1 \\     1   \end{bmatrix} $	1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 0 0 0 0 0	$egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$	0 0 1 1 0 0 1 1	$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{array}$	1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1 1		(5)
<b>D</b> =	$ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} $	$     \begin{array}{c}       1 \\     $	0 0 0 0 0 0 0 1	$egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{array}$	1 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1 1	$     \begin{array}{c}       1 \\     $		(5)
D=	$   \begin{bmatrix}     1 \\$	$     \begin{array}{c}       1 \\     $	$egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1$	$     \begin{array}{c}       1 \\     $	$     \begin{array}{c}       1 \\     $	$     \begin{array}{c}       1 \\     $	$     \begin{array}{c}       1 \\     $		(5)
D=	$ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\$	$ \begin{array}{c} 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ $	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{array}$	$egin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 $	$ \begin{array}{c} 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1 \end{array} $	$ \begin{array}{c} 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1 \end{array} $	$ \begin{array}{c} 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ $	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\end{array} $	(5)
<b>D</b> =	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 $	$     \begin{array}{c}       1 \\     $	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{array}$	$     \begin{array}{c}       1 \\     $	$ \begin{array}{c} 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ $	$     \begin{array}{c}       1 \\     $	$     \begin{array}{c}       1 \\     $	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\end{array} \end{array} $	(5)
<b>D</b> =	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 $	$ \begin{array}{c} 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ $	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \end{array}$	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\$	$ \begin{array}{c} 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ $	$ \begin{array}{c} 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ $	$ \begin{array}{c} 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ $	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\$	(5)
D=	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 $	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0$	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\$	$ \begin{array}{c} 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ $	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\$	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\$	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\$	(5)
<b>D</b> =	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 $	$ \begin{array}{c} 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ $	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\$	$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0$	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\$	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\$	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\$	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\$	$ \begin{array}{c} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\$	(5)

#### 1.3 化简判据

在矩阵**P**中,某些模态在非故障状态下是不 存在的,故需归纳一些判据来逐步简化矩阵。

1)T互异判据:根据推挽式逆变器的原理,在 图1所示的SPWM的作用下,T<sub>1</sub>和T<sub>2</sub>是不可能同 时导通的,图2中的"1"和"2"支路不能同时为 "1",故可删除第1、第2列皆为1的**D**矩阵,即整 个式(5)剔除。

2)D 互异判据:T<sub>1</sub>的续流是由 D<sub>2</sub>完成的,T<sub>2</sub>的 续流是由 D<sub>1</sub>完成的,T<sub>1</sub>和 T<sub>2</sub>是互异的,因此 D<sub>1</sub>和 D<sub>2</sub>也是不可能同时导通的,故可将矩阵A,B,C中 第3、第4列皆为"1"的行删除,即式(2)所示的矩 阵A、式(3)所示的矩阵B和式(4)所示的矩阵C中的第"13,14,15,16"行都剔除。

3)N互异判据:N<sub>1</sub>和N<sub>2</sub>是推挽工作的,根据T 互异判据和D互异判据可知,N<sub>1</sub>和N<sub>2</sub>不能同时为 "1",也不能同时为"0"。据此可将第5、第6列皆 为"1"或皆为"0"的矩阵*A*,*B*,*C*中的"1,4,5,8,9, 12"行剔除。

4)单通判据:N<sub>1</sub>、N<sub>2</sub>有能量馈送和回馈2种状态,馈送时T导通,回馈时D导通,即不存在T和 D同时导通或者4个开关管同时关断的情况,仅 有且只能有1个导通。可将矩阵*A*,*B*中的"6,7, 10,11"行剔除,矩阵*C*中的"2,3"行剔除。

5) 传输回馈判据:  $T_1$ 和 $D_1$ 分别处于电流方向 相反的2条支路,  $T_1$ 导通时 $N_1$ 处于正向能量传输 状态,  $D_1$ 导通时线圈 $N_2$ 处于反向能量回馈状态; 同理可得出 $T_2$ ,  $D_2$ 与 $N_1$ ,  $N_2$ 之间的关系。据此可 将A中的"2"行、B中的"3"行和C中的"7, 10"行 剔除。

### 1.4 有效矩阵

依据1.3节化简判据进行化简,式(1)中只剩 下4行,分别为矩阵A中的第"3"行,矩阵B中的 第"2"行,矩阵C中的第"6"、第"11"行,即有效矩 阵为4行11列:

	$T_1$	$T_2$	$D_1$	$D_2$	$N_1$	$N_2$	Ε	$L_{\rm 3m}$	С	$R_{0}$	$L_0$	
	[1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1]	(c)
$\boldsymbol{P} =$	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	(6)
-	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	
	$\lfloor 0$	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	

## 2 工作模态变换和数学模型

式(6)矩阵**P**中有4个行向量,分别对应逆变 器的4种工作模态,分别用工作模态Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ,Ⅳ 表示。

### 2.1 工作模态 I 的微分方程

工作模态 I 的电路图如图 3 所示, 对应式 (6) **P**矩阵中的第1行。



图 3 模态 I 的电路图 Fig.3 Circuit diagram of modal I

工作模态 I 中, T<sub>1</sub>导通(见图 2),  $E \rightarrow L_1 \rightarrow L_{1m} \rightarrow T_1 \rightarrow E$ 构成回路向负载传输能量并存储部分 能量于磁场。其中, L<sub>1</sub>为N<sub>1</sub>的有效漏电感, 在 T<sub>1</sub> 导通过程(因导通条件而异)有响应, 从 T<sub>1</sub>开始导 通持续到进入导通状态, 作用时间约100 ns; L<sub>3</sub>在 T<sub>1</sub>导通期间(因 PWM 而异)有响应, 从 T<sub>1</sub>导通之 后一直持续到其关断之前, 电流方向与图 3 中电 路右侧标出的方向相同。

工作模态I回路方程为

 $e_1$ 

$$=E-u_{ce1} \tag{7}$$

$$=u_0+L_3\frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t}\tag{9}$$

$$C\frac{\mathrm{d}u_0}{\mathrm{d}t} = i_3 - i_0 \tag{10}$$

$$u_0 = R_0 i_0 + L_0 \frac{\mathrm{d}i_0}{\mathrm{d}t} \tag{11}$$

式中: u<sub>el</sub>为VT<sub>1</sub>的发射极e与集电极c之间的电压。

## 2.2 工作模态 II 的微分方程

**P**矩阵的第3行为第2种工作模态,其回路结构如图4所示。



图4 模态Ⅱ的电路图 Fig.4 Circuit diagram of modal Ⅱ

图4中的工作模态 II 对应于 0~10 ms内 T<sub>1</sub> 处于关断状态而 D<sub>2</sub>导通续流时, 原边 L<sub>2m</sub>→L<sub>2</sub>→  $E \rightarrow D_2 \rightarrow L_{2m}$ 构成回路, 将磁场部分能量回馈至电 源。T<sub>1</sub>关断时因其所在支路中的电流不能进行 突变, 故 D<sub>2</sub>导通续流, 将磁场能量转变为电能回 馈给 E 充电。L<sub>2</sub>为 N<sub>2</sub>的有效漏感,其在电流 $i_1$ 和 $i_2$ 换流的极短时间内起作用, 作用时间为 T<sub>1</sub>截止到 D<sub>2</sub>导通的换流阶段。其中 $i_2$ 的方向与图4中标出 的方向相反, $i_3$ 的方向与图4中标出的方向相同。

**D** .

工作模态 Ⅱ 回路方程为

$$e_2 = E + u_{ee2}$$
(12)  
=  $-M_{13} \frac{di_3}{dt} - M_{12} \frac{di_2}{dt}$ (13)

$$e_{3} = -L_{3m} \frac{di_{3}}{dt} - M_{32} \frac{di_{2}}{dt}$$
(14)

$$-M_{32}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} = (L_3 + L_{3m})\frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t} + u_0 \qquad (15)$$

$$C\frac{\mathrm{d}u_0}{\mathrm{d}t} = i_3 - i_0 \tag{16}$$

$$u_0 = R_0 i_0 + L_0 \frac{\mathrm{d}i_0}{\mathrm{d}t} \tag{17}$$

式中: *u*<sub>e2</sub> 为VT<sub>2</sub>的发射集e与集电极c之间的电压。可知,工作模态 II 时,变压器及其负载为整个功率变换器的源。

#### 电气传动 2020年 第50卷 第3期

#### 2.3 模态Ⅲ的微分方程

逆变器的第3种工作模态对应**P**矩阵中的第 2行,如图5所示。



图 5 中的工作模态 III 对应于 10~20 ms内 T<sub>2</sub> 导通的情况,此时,原边 $E \rightarrow L_2 \rightarrow L_{2m} \rightarrow T_2 \rightarrow E$ 构成 回路向负载传输能量并存储部分能量于磁场 中。从 T<sub>2</sub>开始导通到进入持续导通状态,L<sub>2</sub>延宕 了换流过程,作用时间约 100 ns;L<sub>3</sub>起到电流滤波 作用。

工作模态Ⅲ的回路方程为

$$e_2 = E - u_{ce2} \tag{18}$$

$$e_1 = -M_{12} \frac{di_2}{dt} - M_{13} \frac{di_3}{dt}$$
(19)

$$= -M_{32} \frac{di_3}{dt} - L_{3m} \frac{di_3}{dt}$$
$$= L_3 \frac{di_3}{dt} + u_a$$
(20)

$$dt$$
 (20)

$$C \frac{dt}{dt} = l_3 - l_0 \tag{21}$$

$$u_0 = R_0 i_0 + L_0 \frac{dt_0}{dt}$$
(22)

## 2.4 工作模态IV的微分方程

逆变器的第4种工作模态对应**P**矩阵中的第 4行,如图6所示。



图 6 模态Ⅳ的电路图 Fig.6 Circuit diagram of modal Ⅳ

工作模态IV回路方程为

$$e_1 = E + u_{ce1} \tag{23}$$

$$e_2 = M_{23} \frac{dt_3}{dt} - M_{21} \frac{dt_1}{dt}$$
(24)

$$e_{3} = M_{31} \frac{di_{1}}{dt} - L_{3m} \frac{di_{3}}{dt}$$
(25)

$$M_{31}\frac{di_1}{dt} = (L_3 + L_{3m})\frac{di_3}{dt} + u_0$$
 (26)

69

$$C\frac{\mathrm{d}u_0}{\mathrm{d}t} = i_3 - i_0 \tag{27}$$

$$u_0 = R_0 i_0 + L_0 \frac{d u_0}{dt}$$
(28)

该种工作模态对应  $10 \sim 20 \text{ ms} \text{ ph}_2 \text{ 处于关断}$ 状态而  $D_1$ 导通的情况,原边  $L_{1m} \rightarrow L_1 \rightarrow E \rightarrow D_1 \rightarrow L_{1m}$ 构成回路。 $T_2$ 关断时因电流不能突变,故  $D_1$ 导通续流,释放磁场中的能量,并以电能的形式回馈给电源,为其充电。

#### 2.5 推挽变压器的微分方程

假设电路中的器件均为理想器件,则有上述 4个工作模态的回路方程分析可得:

$$e_{1} = (L_{1m} + L_{1}) \frac{di_{1}}{dt} - M_{13} \frac{di_{3}}{dt} - M_{12} \frac{di_{2}}{dt}$$
(29)

$$e_{2} = (L_{2} + L_{2m})\frac{di_{2}}{dt} + M_{23}\frac{di_{3}}{dt} - M_{21}\frac{di_{1}}{dt} \qquad (30)$$

$$u_0 + L_3 \frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t} = M_{31} \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M_{32} \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} - L_{3\mathrm{m}} \frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t} \qquad (31)$$

$$C\frac{\mathrm{d}u_0}{\mathrm{d}t} = i_3 - i_0 \tag{32}$$

$$u_0 = Ri_0 + L_0 \frac{di_0}{dt}$$
(33)

#### 2.6 状态方程

由式(29)~式(33)可推得逆变器的状态方 程如下:

$$B_{21} = \frac{L_3 L_m}{L(LL_3 + k^2 LL_m + 2L_3 L_m)}$$
$$B_{22} = \frac{LL_3 + L_3 L_m + k^2 LL_m}{L(LL_3 + k^2 LL_m + 2L_3 L_m)}$$
$$B_{31} = \frac{kL_m}{LL_3 + k^2 LL_m + 2L_3 L_m}$$
$$B_{32} = -\frac{kL_m}{LL_3 + k^2 LL_m + 2L_3 L_m}$$

## 3 仿真与实验

### 3.1 具体的状态方程

将式(34)打开后求拉氏变换,代入下列数据:  $k=N_3/N_1; N_1=N_2=12 \oplus ; E = 24 \vee ; L_{1m} = L_{2m} = L_m = M_{12} = M_{21} = 6.6 \text{ mH}; L_{3m} = k^2L_m = 1.89 \text{ H}; L_1 = L_2 = L = 1.9 \mu\text{H}; L_3 = 6.2 \text{ mH}; M_{13} = M_{23} = kL_m = 110 \text{ mH}; C = 8 \mu\text{F};$  $R_0 = 38 \Omega; L_0 = 92 \text{ mH}_{\circ}$ 即可求得:  $A_{14}=1 326.739;$  $A_{24}=1 326.739; A_{34}=150; A_{43}=125 000; A_{45}=125 000;$  $A_{54} = 10.9; A_{55} = 413; B_{11} = 274 600; B_{12} = 251 710;$  $B_{21} = 251 710; B_{22} = 274 600; B_{31} = 1 293.74;$  $B_{32}=-1 293.74_{\circ}$ 

设定:载波为三角波,频率10 kHz,调制波为 正弦波,逆变器输出电压220 V/50 Hz,功率1 kW, 将抽象的数学符号进行量化,借助计算机和相关 软件表达因变量与诸自变量的关系,进行基于数 学建模的仿真研究。

## 3.2 仿真与实验

基于数学模型仿真不仅可验证理论分析,且 能通过控制对象的数学模型直接影响功率变换 器控制系统的动、静态过程,若作10<sup>-8</sup> s级的动态 过程仿真还能对改善开关环境提供参考。将式 (34)打开并求拉氏变换,可得代数方程,代入3.1 节的数据,即可求得诸状态变量*i*<sub>1</sub>,*i*<sub>2</sub>,*i*<sub>5</sub>,*i*<sub>6</sub>和*u*<sub>6</sub>的 表达式。若基于 Matlab,算法设为ode5,采样 Sampling 中选 Decimation 1,定步长 Fixed-step size 为10 ns时,则可在仿真波形中体现IGBT导 通/截止过程,可观察到波形的细微变化。图7为 逆变器输入电流*i*<sub>1</sub>的仿真波形,图8为逆变器输入 电流*i*<sub>6</sub>的实验波形,其中*i*<sub>4</sub>=*i*<sub>VT</sub>+*i*<sub>VD</sub>。





图8 输入电流的实验波形(I)

Fig.8 Experimental waveform of input current( I )

图9、图10分别是图7、图8时间轴的放大图, 图7~图10中电流大于零的部分是基于式(6)的 第1行、图3表达的模态 I及其(7)~式(10)所表 达,电流小于零的部分则是由式(6)的第3行、图 4表达的模态 II及其式(12)~式(17)所表达。在 图1中的负半周时则馈送由T<sub>2</sub>、续流由D<sub>1</sub>完成, 分别由式(6)的第2行、第4行和图5、图6以及式 (18)~式(22)、式(23)~式(27)表达。



图 9 输入电流的仿真波形(Ⅱ) Fig.9 Simulation waveform of input current (Ⅱ)



图 10 输入电流的实验波形(Ⅱ) Fig.10 Experimental waveform of input current(Ⅱ)

图 11 为开关器件电压 u<sub>ce1</sub>, u<sub>ce2</sub>的仿真波形;图 12 为开关器件电压 u<sub>ce1</sub>, u<sub>ce2</sub>的实验波形。



图 11 u<sub>ce1</sub>, u<sub>ce2</sub>的仿真波形 Fig.11 Simulation waveforms of u<sub>ce1</sub>, u<sub>ce2</sub>





$$u_{ce1} = E + e_1 + L_1 \frac{di_1}{dt}$$
 (35)

$$u_{cc2} = E + e_2 + L_2 \frac{di_2}{dt}$$
(36)

其中,e<sub>1</sub>,e<sub>2</sub>的表达式如前所述,具体仿真方法请参阅文献[22],不再赘述。

由图7~图12可知,仿真波形与实验波形基本 吻合,提示基于开关布尔矩阵及其简化判据所得 的模态无遗漏、冗余,且诸模态的切换顺序正确。

# 4 结论

推挽变压器周边电力电子器件的开关状态直 接影响着推挽式电压型逆变器的工作模态,建模 时容易造成子回路的缺失、冗余和动作顺序混乱。

应用开关布尔矩阵可以将推挽式电压型逆 变器的所有工作模态都表达出来,能够杜绝模态 的缺失;根据 SPWM 的规律、半导体器件的导通 条件和储能元件中电磁能量的传输过程,能够归 纳出对应的简化判据,逐步简化并得到有效矩 阵,能够杜绝模态的冗余;基于数学建模的仿真 表明,所得仿真波形与实验波形是基本吻合的, 提示模态切换顺序是正确的。

基于开关布尔矩阵及其简化判据的建模方 法可以推广于其它含储能元件的电力电子功率 变换器的分析研究。

#### 参考文献

- [1] 伍家驹,刘斌. 逆变器理论及其优化设计的可视化算法
   [M]. 第2版. 北京:科学出版社, 2017:258-282.
- [2] Deepak R, Sheldon S. Evolution of Power Converter Topologies and Technical Considerations of Power Electronic Transformer-based Rolling Stock Architectures [J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2018, 4(1):211-219.
- [3] Wang X, Liu J, Quyang S, et al. Research on Unbalanced-load Correction Capability of Two Power Electronic Transformer Topologies [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2015, 30(6):3044–3056.

- [4] 日本電気学会,地球環境問題に対応する最新のパワース イッチング回路技術[R].電気学会技術報告,第1242号. 東京, 2011.
- [5] KIM Y, SHIN S, LEE J, et al. Soft Switching Current-fed Pushpull Converter for 250W AC Module Applications [J]. IEEE Trans. on Power Electronics, 2014, 29(2):863–872.
- [6] MICHAL V. Peak-efficiency Detection and Peak-efficiency Tracking Algorithm for Switched-mode DC-DC Power Converters[J]. IEEE Trans on Power Electronics, 2014, 25 (12): 129–137.
- [7] 李洪珠,曹人众,张垒,等.磁集成开关交错并联Buck/Boost 变换器[J].电机与控制学报,2018,22(6):87-95.
- [8] 陈道炼,严斌,陈峰,等.准单级单向Buck直流变换器型高频链并网逆变器[J].电机与控制学报,2012,16(12):54-60.
- [9] 陈怡,徐德鸿,伍晓峰.一种适用于两级DC/DC变换器的磁 集成结构[J].电机与控制学报,2008,12(6):681-84.
- [10] Zhang Z, Thomsen O, Andersen M. Optimal Design of a Pushpull-forward Half-bridge(PPFHB)Bidirectional DC-DC Converter with Variable Input Voltage[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2012, 59(7):2761–2771.
- [11] 日本電気学会,磁気応用におけるシミュレーション技術:電気学会技術報告[R].東京,2010.
- [12] 伍家驹,杉本英彦.一种间接测算推挽变压器漏感的新方 法[J].中国电机工程学报,2005,25(12):129-137.
- [13] 伍家驹,杉本英彦.一种用于推挽式电压型逆变器的低损 耗无源吸收电路[J].中国电机工程学报,2006,26(11): 93-101.
- [14] 伍家驹,刘桂英,陈琼,等.推挽变压器的一种外特性模型 [J].电工技术学报,2011,26(3):123-138.

- [15] Ammous A, Ammous K, Ayedi M, et al. An Advanced PWMswitch Model Including Semiconductor Device Nonlinearities
   [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2003, 18(5): 230–237.
- [16] Femia N, Tucci V. On the Modeling of PWM Converters for Large Signal Analysis in Discontinuous Conduction mode [J]. IEEE Transactions on Power Electronics.1994, 9 (5) : 487-496.
- [17] Femia N, Spagnuolo G, Tucci V. State-space Models and Order for DC-DC Switching Reduction Converters in Discontinuous Modes [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 1995,10(6):640-650.
- [18] Davoudi A, Jatskevich J. Realization of Parasitics in State-space Average-value Modeling of PWM DC-DC Converters
   [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2006, 21(4): 1142–1147.
- [19] Veerachary M. Analysis of Fourth-order DC-DC Converters: A Flow Graph Approach [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2008, 55(1):133-141.
- [20] Burdio J, Martinez A. A Unified Discrete-time State-space Model for Switching Converters [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 1995, 10(6):694–707.
- [21] 成燕,孙勇军.电力电子变换器建模综述[J].电气传动自动化,2008,30(6):4-9.
- [22] 伍家驹,刘杰,刘斌,等. SPWM 逆变器用推挽变压器漏感的时空属性[J]. 中国电机工程学报,2017,37(17):5143-5152.

收稿日期:2018-07-06 修改稿日期:2018-09-10