基于自适应迭代学习的机械手轨迹跟踪控制研究

易星[1],陈军[1],缪小冬[2]
(1.南京交通职业技术学院 电子信息工程学院,江苏 南京 211188;
2.南京工业大学 机械与动力工程学院,江苏 南京 211800)

摘要:针对具有初始误差的机械手轨迹跟踪控制问题,设计了一种带初态学习的模糊自适应迭代学习控制策略。控制策略中引入了初态学习控制律,放宽了系统初始状态严格重复的限制,利用Lyapunov函数对系统进行收敛性分析,克服了系统全局Lipschitz连续条件的约束,同时设计了模糊控制器对增益以及自适应律参数进行整定,最后将算法应用到机械手控制中,通过与传统自适应迭代学习控制对比,前者收敛速度和精度明显提高,验证了控制策略的有效性。

关键词:初态学习;模糊控制;自适应迭代;轨迹跟踪
中图分类号:TP241 **文献标识码**:A **DOI**:10.19457/j.1001-2095.dqcd19353

Research on Trajectory Tracking Control of Manipulator Based on Adaptive Iterative Learning

YI Xing[1],CHEN Jun[1],LIAO Xiaodong[2]
(1. *College of Electronic Information Engineering*,*Nanjing Vocational Institute of Transport Technology*,*Nanjing* 211188,*Jiangsu*,*China*;2. *College of Mechanical and Power Engineering*,*Nanjing Tech University*,*Nanjing* 211800,*Jiangsu*,*China*)

Abstract: A fuzzy adaptive iterative learning control strategy with initial state learning was designed to solve the trajectory tracking control problem of manipulator with initial state error. The initial state learning control law was introduced into the control strategy,which relaxes the restriction of strict initial state of the initial state of the system. The Lyapunov function was used to analyze the convergence of the system, and overcome the constraints of the global Lipschitz continuity condition of the system. At the same time,a fuzzy controller was designed to adjust the gain and adaptive law parameters. Finally,the algorithm was applied to the manipulator control. Compared with the traditional adaptive iterative learning control,the convergence speed and accuracy of the former are obviously improved, which verifies the effectiveness of the control strategy.

Key words: initial learning;fuzzy control;adaptive iteration;trajectory tracking

迭代学习控制从创建之初至今已有30多年的历史,迭代学习控制理论在不断完善的同时,也逐渐暴露出该方法的局限性,例如初态问题[1]、非一致轨迹跟踪问题[2]以及收敛速度问题[3]等。初态问题作为迭代学习控制研究中的首要问题,严重制约着迭代学习控制的推广与应用。

传统的迭代学习控制主要基于压缩映射理论,系统收敛的先验条件要求被控系统满足全局Lipschitz连续条件,同时受控系统必须满足初始状态严格重复[4],即在每次迭代学习过程中,系统的初始状态必须保证与期望初始状态严格一致,正是由于这2个条件的限制,迭代学习控制算法在工业现场应用中受到严重约束。文献[5]针对带初始误差的机械手提出了一种新型快速迭代算法,新算法将同一时刻相邻2次迭代误差的偏差信号添加到常规的开环P型迭代学习控制中,

基金项目:中国交通教育研究会教育科学研究立项重点课题(交教研1201-9);
江苏省教育科学"十二五"规划重点课题(B-b/2013/03/041)
作者简介:易星(1981-),女,硕士,实验师,Email:52090516@qq.com

有效地解决了机械手系统迭代初态偏移的问题，但是系统的收敛速度仍有待提高。针对具有初始误差的机械手轨迹跟踪控制问题，本文设计了一种带初态学习的模糊自适应迭代学习控制策略。初态学习的加入放宽了系统初始状态严格重复的限制，系统的收敛性分析通过构建Lyapunov函数来证明，同时通过设计模糊规则调节迭代学习控制器中的比例增益、微分增益以及自适应律参数，从而达到加速收敛的效果，最后将算法应用到机械手模型中进行仿真验证。

1 系统描述

考虑2-DOF机械手动力学模型[6]：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_k(t))\ddot{\boldsymbol{q}}_k(t)+\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_k(t),\dot{\boldsymbol{q}}_k(t))\dot{\boldsymbol{q}}_k(t)+\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}_k(t))\\=\boldsymbol{\tau}_k(t)+\boldsymbol{d}_k(t)\quad t\in[0,T]\end{aligned}\tag{1}$$

式中：T为设置的迭代学习所需最大时间；k为迭代学习次数，$k\in Z^+$；$\boldsymbol{q}(t)$为机械手各关节的转角；$\boldsymbol{M}$为惯性矩阵；$\boldsymbol{C}$为哥氏力-离心力矩阵；$\boldsymbol{G}$为重力矩阵；$\boldsymbol{\tau}_k(t)$为系统控制力矩；$\boldsymbol{d}_k(t)$为系统扰动项。

假设系统$\forall t\in[0,T]$均满足以下假设条件：

假设1：对于$\forall t\in[0,T]$，期望轨迹$\boldsymbol{q}_d(t)$，$\dot{q}_d(t)$，$\ddot{q}_d(t)$及干扰项$\boldsymbol{d}_k(t)$有界；

假设2：$\boldsymbol{q}_d(0)-\boldsymbol{q}_k(0)=\dot{\boldsymbol{q}}_d(0)-\dot{\boldsymbol{q}}_k(0)=h$，$h$为固定参数；

假设3：$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_k(t))$为对称正定的有界矩阵；

假设4：$\dot{M}(\boldsymbol{q}_k(t))-2\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_k(t),\dot{\boldsymbol{q}}_k(t))$为对称矩阵，$x^{\mathrm{T}}\{\dot{M}(\boldsymbol{q}_k(t))-2\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_k(t),\dot{\boldsymbol{q}}_k(t))\}\boldsymbol{x}=0$，$\forall\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^n$；

假设5：$\forall t\in[0,T]$，存在$\|\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_k(t))\ddot{\boldsymbol{q}}_d(t)-\boldsymbol{d}_k(t)\|\leqslant\beta$，$\beta$为正实数参数[9]。$\|\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}_k(t))\|<k_{\mathrm{g}}$，$\|\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_k(t),\dot{\boldsymbol{q}}_k(t))\dot{\boldsymbol{q}}_d(t)\|\leqslant k_{\mathrm{C}}$，其中$k_{\mathrm{C}}$和$k_g$为正实数。

2 控制器设计

考虑系统模型式（1），设计自适应迭代学习控制律：

$$\begin{cases}\boldsymbol{\tau}_k(t)=\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{e}_k(t)+\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)+\hat{\delta}_k(t)\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{e}}_k(t))\\\hat{\delta}_k(t)=\hat{\delta}_{k-1}(t)+\boldsymbol{\gamma}\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)\mathrm{sgn}[\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)]\end{cases}\tag{2}$$

其中 $\hat{\delta}_{-1}(t)=0\quad\boldsymbol{e}_k(t)=\boldsymbol{q}_d(t)-\boldsymbol{q}_k(t)$

式中：$\hat{\delta}_k(t)$为迭代项系数，是自变量t的函数；$\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}$，$\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}$分别为比例增益矩阵和微分增益矩阵；$\boldsymbol{\gamma}$为自适应律参数矩阵。

如果$\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}$，$\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}$，$\boldsymbol{\gamma}$为正定对称矩阵，则$\boldsymbol{e}_k(t)$，$\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)$及$\boldsymbol{\tau}_k(t)$对于$\forall k\in Z^+$都有界，同时$\forall t\in[0,T]$，$\lim\limits_{k\to\infty}\boldsymbol{e}_k(t)=\lim\limits_{k\to\infty}\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)=0$。考虑到系统存在初态偏移的情况，设计初态学习进行矫正，控制律结构为

$$\boldsymbol{q}_{k+1}(0)=\boldsymbol{q}_k(0)+\boldsymbol{H}\boldsymbol{e}_k(0)\tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{e}_k(0)$为第k次迭代初始状态偏差；$\boldsymbol{H}$为增益矩阵。

为了提高系统的抗干扰能力和收敛速度，本章设计了模糊控制器来根据系统状态偏差实时地调节迭代学习控制器中的增益矩阵和参数矩阵，算法的控制结构如图1所示。

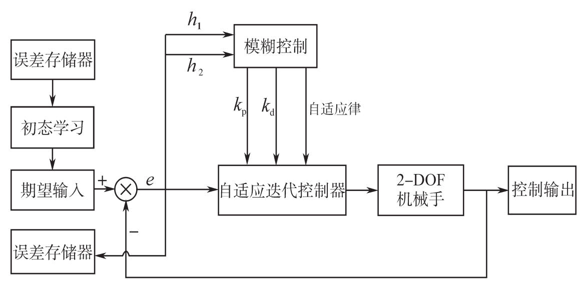

图1 带初态学习的模糊自适应迭代学习结构图

Fig.1 Fuzzy adaptive iterative learning structure diagram with initial learning

模糊控制器[7]结构选用2输入3输出形式。针对串联结构的机构存在的误差累积问题，控制器综合系统各关节的平均误差h_1和误差变化率h_2作为模糊控制器的输入，模糊控制器的3个输出分别为自适应律参数和机械手中的被控单元所对应的增益矩阵$(\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}=\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}})$。

$$\begin{cases}h_1=100\mathrm{sqrt}(\boldsymbol{e}_k^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_k(t))/2\\h_2=100\mathrm{sqrt}(\dot{e}^{\mathrm{T}}_k(t)\dot{e}_k(t))/2\end{cases}\tag{4}$$

通过观测系统实际输出情况来确定输入和输出变量的模糊论域，输入变量的论域分别为$h_1\in[0,20]$和$h_2\in[0,40]$，输出变量的论域分别为$\boldsymbol{\gamma}\in[100,200]$，$\boldsymbol{k}_{\mathrm{p1}}\in[100,300]$和$\boldsymbol{k}_{\mathrm{p2}}\in[40,80]$，所有输入输出变量在论域内均选择4个模糊子集：{***ZO***（零）、***PS***（正小）、***PM***（正中）、***PB***（正大）}，输入输出变量对应的隶属度函数如图2和图3所示。

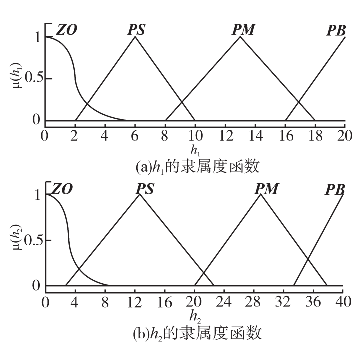

图2 输入变量的隶属度函数

Fig.2 The membership function of the input variable

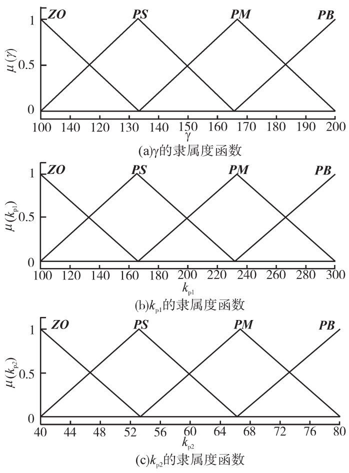

图3　输出变量的隶属度函数

Fig.3　The membership function of the output variable

根据系统的实时变化情况，结合经验设计输入输出变量的模糊规则，如表1所示。系统输出变量经过模糊规则判定，然后利用面积中心法进行解模糊处理，进而使目标参数能够响应系统跟踪误差的变化而自行整定。

表1　模糊规则表

Tab.1　The table of fuzzy rules

h_1	h_2			
	ZO	*PS*	*PM*	*PB*
ZO	*PB/PB/PB*	*PB/PM/PM*	*PM/PM/PM*	*PS/ZO/ZO*
PS	*PB/PB/PB*	*PB/PM/PM*	*PM/PM/PM*	*PB/PM/PM*
PM	*PS/PS/PS*	*PM/PS/PS*	*PB/PM/PM*	*PB/PB/PB*
PB	*PS/ZO/ZO*	*PM/PS/PS*	*PB/PM/PM*	*PB/PB/PB*

3　收敛性分析

系统收敛性分析主要分为2个部分证明，首先是证明初始状态有界收敛，然后是根据系统数学模型设计Lyapunov函数[8]，并证明Lyapunov函数的连续性和有界性。

定理1：若初态学习控制律中 $\boldsymbol{H}$ 满足条件 $\|1-\boldsymbol{H}\|<1$，则当 $k\to\infty$ 时，有 $\lim\limits_{k\to\infty}\|\boldsymbol{e}_k(0)\|=0$，即初始状态有界收敛。

证明：由式（3）可得系统每次迭代学习的初始状态偏差：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{e}_{k+1}(0)&=\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}}(0)-\boldsymbol{q}_{k+1}(0)\\&=\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}}(0)-\boldsymbol{q}_k(0)-\boldsymbol{H}\boldsymbol{e}_k(0)\\&=(1-\boldsymbol{H})\boldsymbol{e}_k(0)\end{aligned}\tag{5}$$

根据假设2可知系统初始偏差有界，如果 $\|1-\boldsymbol{H}\|<1$，那么当 $k\to\infty$ 时，$\boldsymbol{e}_k(0)$ 趋近于0，即系统实际初始状态收敛于期望初始状态。证毕。

根据系统动力学模型和自适应迭代学习控制律设计Lyapunov函数：

$$\boldsymbol{w}_k(t)=\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(t),\dot{\boldsymbol{e}}_k(t))+\frac{1}{2}\int_0^t\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\delta}_k^{\,2}(\tau)\mathrm{d}\tau\tag{6}$$

其中

$$\tilde{\delta}(t)=\delta-\hat{\delta}(t)\quad\delta=\beta+k_{\mathrm{C}}+k_{\mathrm{g}}$$

式中：δ 为不确定项。

根据式（1）选取 $\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(t),\dot{\boldsymbol{e}}_k(t))$ 函数：

$$\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(t),\dot{\boldsymbol{e}}_k(t))=\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_k(t))\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)+\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_k^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{e}_k(t)\tag{7}$$

由式（6）和式（7）可知：

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{w}_k(t)&=\boldsymbol{w}_k(t)-\boldsymbol{w}_{k-1}(t)\\&=\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(t),\dot{e}_k(t))-\boldsymbol{v}_{k-1}(\boldsymbol{e}_{k-1}(t),\dot{\boldsymbol{e}}_{k-1}(t))-\\&\quad\frac{1}{2}\int_0^t\boldsymbol{\gamma}^{-1}(\tilde{\delta}_k^{\,2}(\tau)+2\tilde{\delta}_k(\tau)\bar{\delta}_k(\tau))\mathrm{d}\tau\end{aligned}\tag{8}$$

其中　$\bar{\delta}_k(t)=\hat{\delta}_k(t)-\hat{\delta}_{k-1}(t)$

根据下式：

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(t),\dot{\boldsymbol{e}}_k(t))\\&\quad=\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(0),\dot{\boldsymbol{e}}_k(0))+\int_0^t\dot{v}_k(\boldsymbol{e}_k(\tau),\dot{\boldsymbol{e}}_k(\tau))\mathrm{d}\tau\end{aligned}\tag{9}$$

由式（7）可得：

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{v}}_k(\boldsymbol{e}_k(t),\dot{\boldsymbol{e}}_k(t))&=\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\dot{M}(\boldsymbol{q}_k(t))\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)+\\&\quad\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_k(t))\ddot{\boldsymbol{e}}_k(t)+\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{e}_k(t)\end{aligned}\tag{10}$$

将式（10）代入式（9）可得：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}_k[\boldsymbol{e}_k(t),\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)]&=\int_0^t\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{M}[\boldsymbol{q}_k(\tau)]\ddot{\boldsymbol{e}}_k(\tau)\mathrm{d}\tau+\\&\quad\int_0^t\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(\tau)\dot{M}[\boldsymbol{q}_k(\tau)]\dot{\boldsymbol{e}}_k(\tau)\mathrm{d}\tau+\\&\quad\int_0^t\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{e}_k(\tau)d_\tau+\boldsymbol{v}_k[\boldsymbol{e}_k(0),\dot{\boldsymbol{e}}_k(0)]\end{aligned}\tag{11}$$

由于 $\ddot{e}_k(t)=\ddot{q}_d(t)-\ddot{q}_k(t)$，结合系统动力学模型式（1）可知：

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_k(t))\ddot{\boldsymbol{e}}_k(t)&=\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_k(t))\ddot{\boldsymbol{q}}_d(t)+\\&\quad\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\{\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_k(t),\dot{\boldsymbol{q}}_k(t))\dot{\boldsymbol{q}}_k(t)+\\&\quad\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}_k(t))-\boldsymbol{\tau}_k(t)-\boldsymbol{d}_k(t)\}\end{aligned}\tag{12}$$

由于 $\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)=\dot{\boldsymbol{q}}_d(t)-\dot{\boldsymbol{q}}_k(t)$，结合假设4可得：

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\dot{M}(\boldsymbol{q}_k(t))\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)&=\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_k(t),\dot{\boldsymbol{q}}_k(t))\boldsymbol{q}_d(t)-\\&\quad\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_k(t),\dot{\boldsymbol{q}}_k(t))\dot{\boldsymbol{q}}_k(t)\end{aligned}\tag{13}$$

综合式（11）～式（13）可得：

$$\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(t),\dot{\boldsymbol{e}}_k(t))=\int_0^t \dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_k(\tau))\ddot{\boldsymbol{q}}_d(\tau)\mathrm{d}\tau+\int_0^t \dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(\tau)\{\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_k(\tau),\dot{\boldsymbol{q}}_k(\tau))\dot{\boldsymbol{q}}_d(\tau)\}\mathrm{d}\tau-\int_0^t \dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(\tau)(\boldsymbol{\tau}_k(\tau)+\boldsymbol{d}_k(\tau)-\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{e}_k(\tau))\mathrm{d}\tau+\int_0^t \dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}_k(\tau))\mathrm{d}\tau+\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(0),\dot{\boldsymbol{e}}_k(0)) \tag{14}$$

根据假设5可得:

$$\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\{\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_k(t))\ddot{\boldsymbol{q}}_d(t)-\boldsymbol{d}_k(t)\}\leqslant\beta\|\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\|=\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\beta\,\mathrm{sgn}[\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)] \tag{15}$$

同理可得:

$$\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_k(t),\dot{\boldsymbol{q}}_k(t))\dot{\boldsymbol{q}}_d(t))\leqslant\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)k_{\mathrm{C}}\,\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)) \tag{16}$$

$$\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}_k(t))\leqslant\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(t)k_{\mathrm{g}}\,\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)) \tag{17}$$

将式(15)~式(17)代入式(14)可得:

$$\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(t),\dot{\boldsymbol{e}}_k(t))\leqslant\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(0),\dot{\boldsymbol{e}}_k(0))+\int_0^t \dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(\tau)(\beta+k_{\mathrm{C}}+k_{\mathrm{g}})\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{e}}\dot{\boldsymbol{e}}_k(\tau))\mathrm{d}\tau+\int_0^t \dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(\tau)(\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{e}_k(\tau)-\boldsymbol{\tau}_k(t))\mathrm{d}\tau \tag{18}$$

结合自适应迭代学习控制律式(2)可得:

$$\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(t),\dot{\boldsymbol{e}}_k(t))\leqslant\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(0),\dot{\boldsymbol{e}}_k(0))+\int_0^t \dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(\tau)[\delta\,\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{e}}_k(\tau))-\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}\dot{\boldsymbol{e}}_k(\tau)]\mathrm{d}\tau-\int_0^t \dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(\tau)\hat{\delta}_k(\tau)\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{e}}_k(\tau))\mathrm{d}\tau \tag{19}$$

由于在建立Lyapunov函数时定义了 $\tilde{\delta}(t)=\delta-\hat{\delta}(t)$,同时上文已经证明系统在初态学习作用下,当 $k\to\infty$ 时, $\boldsymbol{e}_k(0)$ 趋近于0,因此 $\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(0),\dot{e}_k(0))=0$,式(19)可简化为

$$\boldsymbol{v}_k[\boldsymbol{e}_k(t),\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)]\leqslant\int_0^t \dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(\tau)\{\tilde{\delta}_k(\tau)\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{e}}_k(\tau))-\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}\dot{\boldsymbol{e}}_k(\tau)\}\mathrm{d}\tau \tag{20}$$

将式(20)代入式(8)可得:

$$\Delta\boldsymbol{w}_k(t)\leqslant-\boldsymbol{v}_{k-1}(\boldsymbol{e}_{k-1}(t),\dot{\boldsymbol{e}}_{k-1}(t))-\int_0^t \frac{1}{2}\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\delta}_k^2(\tau)+\dot{\boldsymbol{e}}_k^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}\dot{\boldsymbol{e}}_k(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{21}$$

由于 $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}$, $\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}$, $\boldsymbol{\gamma}$ 均为正定对称矩阵,根据式(7)可知, $\boldsymbol{v}_k(\boldsymbol{e}_k(t),\dot{\boldsymbol{e}}_k(t))\geqslant 0$ 恒成立,进而 $\Delta\boldsymbol{w}_k(t)\leqslant 0$ 恒成立。因此Lyapunov函数 $\boldsymbol{w}_k(t)$ 为非递增序列。

根据Lyapunov函数式(6)和式(20)可得:

$$\boldsymbol{w}_0(t)\leqslant\int_0^t \frac{1}{2}\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\delta}_0^2(\tau)\mathrm{d}\tau+\int_0^t \dot{\boldsymbol{e}}_0^{\mathrm{T}}(\tau)\{\tilde{\boldsymbol{\delta}}_0(\tau)\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{e}}_0(\tau))-\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}\dot{\boldsymbol{e}}_0(\tau)\}\mathrm{d}\tau \tag{22}$$

两边同时对 t 求导可得:

$$\dot{\boldsymbol{w}}_0(t)\leqslant\frac{1}{2}\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\delta}}_0^{\,2}(t)+\dot{\boldsymbol{e}}_0^{\mathrm{T}}(t)\{\tilde{\boldsymbol{\delta}}_0(t)\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{e}}_0(t))-\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}\dot{\boldsymbol{e}}_0(t)\} \tag{23}$$

由于 $\hat{\boldsymbol{\delta}}_0(t)=\hat{\boldsymbol{\delta}}_{-1}(t)+\dot{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}{}_0(t)\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{e}}_0(t))$,且 $\hat{\boldsymbol{\delta}}_{-1}(t)=0$,因此,式(22)可简化为

$$\dot{\boldsymbol{w}}_0(t)\leqslant-\dot{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}{}_0(t)\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}\dot{\boldsymbol{e}}_0(t)+(\hat{\boldsymbol{\delta}}_0(t)+\frac{1}{2}\tilde{\delta}_0(t))\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\delta}}_0(t) \tag{24}$$

又由于 $\hat{\boldsymbol{\delta}}_0(t)=\delta-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_0(t)$,将其代入式(24)得:

$$\dot{\boldsymbol{w}}_0(t)\leqslant-\dot{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}{}_0(t)\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}\dot{\boldsymbol{e}}_0(t)+\delta\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\delta}}_0(t)-\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\delta}}_0(t)\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\delta}}_0(t) \tag{25}$$

当 $\lambda>0$ 时, $\delta\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\delta}}_0(t)\leqslant\lambda[\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\delta}}_0(t)]^2+\frac{1}{4\lambda}\delta^2$ 恒成立,那么

$$\dot{\boldsymbol{w}}_0(t)\leqslant-\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}\|\dot{\boldsymbol{e}}_0(t)\|^2-\frac{1}{2}\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\delta}}_0^{\,2}(t)+\lambda(\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\delta}}_0(t))^2+\frac{1}{4\lambda}\delta^2 \tag{26}$$

由于系统初始给定值均有界,故 $\tilde{\boldsymbol{\delta}}_0(t)$ 有界,则存在

$$\dot{\boldsymbol{w}}_0(t)\leqslant\lambda(\boldsymbol{\gamma}^{-1}\tilde{\delta}_{0/\max}(t))^2+\frac{1}{4\lambda}\delta_{\max}{}^2 \tag{27}$$

其中

$$\delta_{\max}=\mathop{\mathrm{Sup}}_{t\in[0,T]}\delta$$

$$\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{0/\max}(t)=\mathop{\mathrm{Sup}}_{t\in[0,T]}\tilde{\delta}_0(t)$$

因此, $\boldsymbol{w}_0(t)$ 在 $\forall t\in[0,T]$ 区间内是一致连续有界的。

$\boldsymbol{w}_k(t)$ 还可以写成:

$$\boldsymbol{w}_k(t)=\boldsymbol{w}_0(t)+\sum_{j=1}^{k}\Delta\boldsymbol{w}_j(t) \tag{28}$$

结合式(6)和式(7)可得:

$$\boldsymbol{w}_k(t)\leqslant\boldsymbol{w}_0(t)+\sum_{j=1}^{k}\boldsymbol{v}_{j-1}(t)\leqslant\boldsymbol{w}_0(t)-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{k}\boldsymbol{e}_{j-1}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_{j-1}(t))\boldsymbol{e}_{j-1}(t)-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{k}\boldsymbol{e}_{j-1}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{e}_{j-1}(t) \tag{29}$$

那么

$$\sum_{j=1}^{k}\boldsymbol{e}_{j-1}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_{j-1}(t))\boldsymbol{e}_{j-1}(t)+\sum_{j=1}^{k}\boldsymbol{e}_{j-1}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{e}_{j-1}(t)\leqslant 2(\boldsymbol{w}_0(t)-\boldsymbol{w}_k(t))\leqslant 2\boldsymbol{w}_0(t) \tag{30}$$

因此, $\boldsymbol{w}_k(t)$ 连续有界。

综上分析可知, $\forall t\in[0,T]$, $\lim\limits_{k\to\infty}\boldsymbol{e}_k(t)=\lim\limits_{k\to\infty}\dot{\boldsymbol{e}}_k(t)=0$ 。

4 仿真研究

针对2-DOF机械手轨迹跟踪控制问题，采用本文所设计的带初态学习的模糊自适应迭代学习控制器进行仿真分析。

机械手数学模型如式(1)所示，具体各项表达式为

$$\boldsymbol{M}=[m_{ij}]_{2\times 2} \tag{31}$$

$$\boldsymbol{C}=[c_{ij}]_{2\times 2} \tag{32}$$

$$\boldsymbol{G}=[G_1\ \ G_2]^{\mathrm{T}} \tag{33}$$

其中

$$m_{11}=m_1l_{c1}^2+m_2(l_1^2+l_{c2}^2+2l_1l_{c2}\cos q_2)+I_1+I_2$$

$$m_{12}=m_{21}=m_2(l_{c2}^2+l_1l_{c2}\cos q_2)+l_2$$

$$m_{22}=m_2l_{c2}^2+I_2$$

$$c_{11}=h\dot{q}_2\quad c_{12}=h\dot{q}_1+h\dot{q}_2$$

$$c_{21}=-h\dot{q}_1\quad c_{12}=0$$

$$h=-m_2l_1l_{c2}\sin q_2$$

$$G_1=(m_1l_{c1}+m_2l_1)g\cos q_1+m_2l_{c2}g\cos(q_1+q_2)$$

$$G_2=m_2l_{c2}g\cos(q_1+q_2)$$

式中：m_1，m_2，l_1，l_2，I_1，I_2，q 为参数。

机械手数学模型中各参数分别为$m_1=m_2=1$，$l_1=l_2=0.5$，$I_1=I_2=0.1$，$g=9.81$。

2-DOF机械手期望轨迹 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}}(t)=[-\sin(4t)\ \ \sin(4t)]^{\mathrm{T}}$，考虑系统存在初始状态偏差，取系统初始状态为 $\boldsymbol{q}(0)=[-0.5\quad 0.6]^{\mathrm{T}}$。

控制器中增益矩阵与自适应律参数矩阵的取值均在模糊控制器输出变量论域中设定。考虑系统的不确定性扰动，取 $\boldsymbol{d}_k(t)=[0.3\sin(t)\ \ 0.1(1-\boldsymbol{e}^{-\mathrm{T}})]^{\mathrm{T}}$。

取迭代学习仿真时间为2 s，仿真结果如图4～图7所示。由图4和图5可以看出，传统的自适应迭代学习策略至少需要7次迭代系统的最大跟踪误差才能收敛到零，而采用本文所设计的模糊自适应迭代学习控制策略系统在第3次迭代学习之后最大跟踪误差已经趋于零，系统收敛速度明显提高；同时根据图6可以看出，由于系统存在初始状态偏差，不带初态学习的迭代学习控制策略，始终无法实现完全轨迹跟踪，从图7可以看出，采用本文设计的带初态学习的控制策略由于初态学习的引入，系统的初始状态偏差随着迭代学习次数的增加而逐渐减小，最终实现精确跟踪效果。因此，本文提出的带初态学习的自适应迭代学习控制策略不仅放宽了系统初始状态严格重复的限制，同时收敛速度得到显著提高。

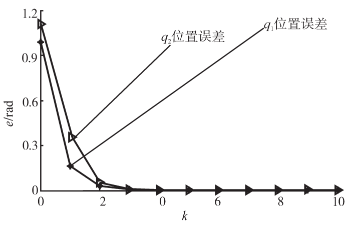

图4 模糊自适应迭代学习控制最大跟踪误差曲线

Fig.4 The maximum tracking error curve of fuzzy adaptive iterative learning control

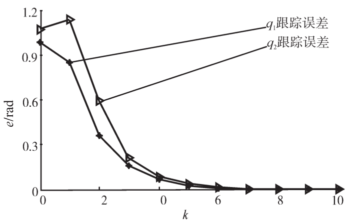

图5 自适应迭代学习控制最大跟踪误差曲线

Fig.5 The maximum tracking error curve of adaptive iterative learning control

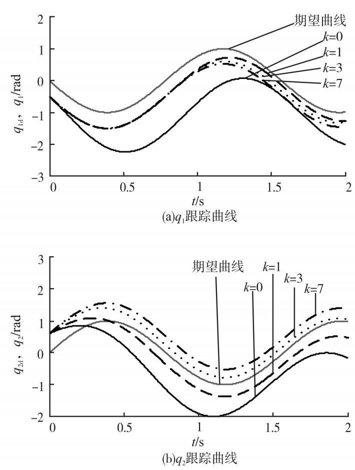

图6 不带初态学习的迭代学习控制跟踪曲线

Fig.6 Iterative learning control tracking curves without initial state learning

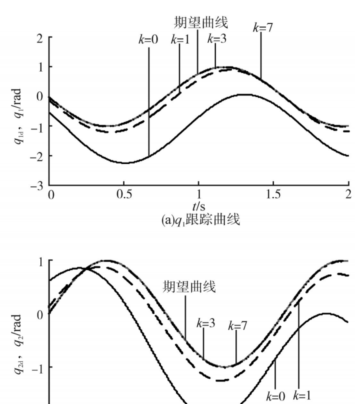

图7 带初态学习的迭代学习控制跟踪曲线

Fig.7 Iterative learning control tracking curves with initial state learning

5 结论

传统的迭代学习算法在实际应用中，受控系统必须满足初始状态严格重复，否则系统很可能出现不收敛，甚至发散的情况。

本文针对迭代学习过程中的初态问题进行研究，设计了带初态学习的模糊自适应迭代学习控制策略，控制器允许系统在每次迭代过程中的初始状态与期望初始状态存在一定的偏差，通过构造Lyapunov函数证明了系统在存在初态偏差时，经过带初态学习的模糊自适应迭代学习控制策略的修正后系统输出可以完全跟踪期望轨迹。

本文提出的控制策略与传统自适应迭代学习控制策略相比，有效地解决了初始状态严格重复的限制，同时模糊控制器增强了系统的抗干扰能力，并实现了加速收敛。仿真实验验证了控制策略的有效性。

参考文献

[1] Zhao Y，Zhou F，Wang Y，*et al*. Fractional-order Iterative Learning Control with Initial State Learning Design [J]. Nonlinear Dynamics，2017，90(2)：1257-1268.

[2] 张冬梅，孙明轩，俞立. 基于观测器跟踪非一致轨迹的迭代学习控制器设计[J]. 控制理论与应用，2006，23(5)：795-799.

[3] Qing L V，Fang Y C，Ren X. Iterative Learning Control for Accelerated Inhibition Effect of Initial State Random Error [J]. Acta Automatica Sinica，2014，41(7)：1365-1372.

[4] 黄宝健，孙明轩，张学智. 带有初始误差修正的迭代学习控制[J]. 自动化学报，1999，25(5)：716-718.

[5] Wang H B，Wang Y. Open-closed Loop ILC Corrected with Angle Relationship of Output Vectors for Tracking Control of Manipulator [J]. Acta Automatica Sinica，2010，36 (12)：1758-1765.

[6] 李富强. 基于动力学模型的机械手控制策略研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2009.

[7] 孙旭霞，孙伟，樊昱琨，等. 基于双模糊PI控制的交流位置伺服系统研究[J]. 电气传动，2017，47(11)：45-49.

[8] Aguila-Camacho N，Duarte-mermoud M，Gallegos J A，*et al*. Using General Quadratic Lyapunov Functions to Prove Lyapunov Uniform Stability for Fractional Order Systems[J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation，2015，22(1-3)：650-659.

[9] 张铁，李昌达，覃彬彬，等. SCARA机器人的自适应迭代学习轨迹跟踪控制[J]. 中国机械工程，2018，29(14)：1724-1729.

收稿日期：2018-07-28
修改稿日期：2018-08-21