

# 基于高斯混合模型的配电网损耗计算 分析研究

陈伯建<sup>1</sup>, 荀超<sup>2</sup>, 林超群<sup>2</sup>, 肖芬<sup>2</sup>, 林可尧<sup>2</sup>, 吴翔宇<sup>1</sup>

(1. 国网福建省电力有限公司电力科学研究院, 福建 福州 350000;

2. 国网福建省电力有限公司, 福建 福州 350001)

**摘要:** 损耗率是衡量电力系统技术运行水平、经济运营程度高低的一项重要指标。针对配电网在管理和降损的实际需求, 在损耗统计和理论计算的基础上, 提出基于高斯混合模型的短时段内损耗特性表征方法, 采用期望最大化算法, 进行损耗数据正常日和异常日的高斯混合模型参数的计算, 并利用损耗数据的分布极值, 简化迭代算法的计算过程, 提高算法精度。通过所得混合分布参数的比对, 识别损耗异常现象, 有助于损耗异常点的定位和降损措施的制定。

**关键词:** 配电网; 管理降损; 技术降损; 高斯混合模型; 期望最大化算法

**中图分类号:** TM933 **文献标识码:** B **DOI:** 10.19457/j.1001-2095.dqed23365

## Calculation and Analysis of Distribution Network Loss Based on Gaussian Mixture Model

CHEN Bojian<sup>1</sup>, XUN Chao<sup>2</sup>, LIN Chaoqun<sup>2</sup>, XIAO Fen<sup>2</sup>, LIN Keyao<sup>2</sup>, WU Xiangyu<sup>1</sup>

(1. Electric Power Research Institute of State Grid Fujian Electric Power Co., Ltd., Fuzhou 350000,

Fujian, China; 2. State Grid Fujian Electric Power Co., Ltd., Fuzhou 350001, Fujian, China)

**Abstract:** The loss rate is an important indicator to measure the technical operation level and economic operation level of the power system. In response to the actual needs of the distribution network in management and technical loss reduction, based on loss statistics and theoretical calculations, a short-term loss characteristic characterization method based on Gaussian mixture model was proposed. The expectation-maximization algorithm was adopted to calculate the parameters both of the normal days and abnormal days of loss data, and it utilized the distribution extremes of the loss data, the calculation process was simplified and accuracy of the iterative algorithm was improved. Through the comparison of the obtained mixed distribution parameters, the loss abnormal phenomena would be identification and location, and it is helpful to location of loss abnormal place and formulation of loss reduction measures.

**Key words:** distribution network; management loss reduction; technical loss reduction; Gaussian mixture model (GMM); expectation-maximization (EM) algorithm

随着国民经济的快速发展, 电能需求和供给的规模不断扩大, 发、用电形式愈发多样化, 造成了电源和负荷分布不均衡的现状愈加明显<sup>[1]</sup>, 实际表现出的能量损耗波动频繁, 能耗比重较大的问题也日益加剧。

电网公司一体化电量与线损管理系统的推行和运营极大程度地改善了需求侧自动化测量水平, 提高了电网侧节能降损措施效果, 并且可以较为精确地定位电网损耗的薄弱环节<sup>[2]</sup>。但

是, 基于不同运行方式下的多电压等级损耗数据指标依旧无法完全同步, 造成了在多时间尺度下, 不同平台归类的损耗理论计算和统计计算的结果契合度不高<sup>[3-4]</sup>, 甚至出现线损为“负”的异常状况, 且在非正常工况下, 线损数据参差不齐, 必须引入计量异常辨识方法进行判定。

导致电力系统损耗偏差值过大的原因非常庞杂, 其中数据误差和变量缺失是造成统计损耗数据不真实的主要原因<sup>[5]</sup>, 合理地利用先进的信

**基金项目:** 福建省科技厅科技项目(2019KN03051)

**作者简介:** 陈伯建(1989—), 男, 硕士, 工程师, Email: cygj4012008@163.com

息采集系统和大数据分析方法,可以有效地提高线损治理成效<sup>[6-7]</sup>。

针对损耗异常现象无法准确识别和预判的情况,文献[8-12]采用基于大数据的损耗分析算法,针对不同台区的特征数据进行训练,完成损耗样本的聚类,实现有效的预测。文献[13-15]针对同一时刻供电量和售电量无法精确匹配的问题,引入理论线损计算值作为参考,采用数据异常辨识的方法,提高了同期线损的可信度。

本文提出利用高斯混合模型<sup>[16-17]</sup>的特征分类方法,采用期望最大化迭代算法,进行各类损耗数据的参数计算,通过所得的混合分布模型特征参数的比对,识别损耗异常现象。

### 1 配电网损耗状况分析

据某地区近三年的统计数据,除了运行设备造成的损耗以外,基于客观条件的计量误差、测算方法以及人为非正常用电行为的“跑冒滴漏”现象所造成的损耗一直偏高不下,具体数据如表1所示。

表1 损耗统计数据表

Tab.1 Table of loss statistics

年份	损耗占比/%				
	分台区 (变压器)	分线 (输电线路)	计量 误差	测算 方法	“跑冒滴漏” 现象
2018	38.4	35.6	10.8	7.3	7.9
2019	35.6	33.4	9.8	10.9	10.3
2020	39.5	34.7	8.3	6.1	11.4

在一体化电量与线损管理系统的推行和运营过程中,由于先进的高精度互感器和仪表大规模推广使用,由计量误差所造成的损耗水平逐年降低。但是,由于测算方法和人为非正常用电行为因素所造成的损耗水平有同比升高的趋势,经过分析,具体原因如下:

1)由测算方法所造成的损耗偏差成因主要以运行方式的变化为主,由于在不同供电模式下(尤其是以A类和B类的环形接线),当运行方式发生改变后(负荷转供、设备紧急退运等),没有及时地更正供售电侧的拓扑关系;

2)“跑冒滴漏”现象所造成的损耗属于人为非正常用电行为,具有相当大的不确定性和隐蔽性,从表象来看,通过常规的方法,难以在正常损耗水平中直观判定并准确提取这类信息。

上述两类异常现象与正常现象相混合,对配电网的正常运营和健康发展造成了极大的不利影响。基于上述问题的表象,需要从关键的数据

挖掘环节入手,首先参考损耗历史数据,完成理论计算与统计计算结果的数据分布对应,采用期望最大化算法计算特征参数并形成损耗混合分布,有效降低误差数据的影响,以此判定数据的合理性和准确性,定位损耗的薄弱环节,并有的放矢地提出可行措施予以降损。

### 2 基于GMM的配电网损耗分布建模

#### 2.1 基于配电网最小单元的损耗不平衡量计算

由线损的理论计算得知:配电网潮流分布的改变可直接反映出运行方式的变化,而且潮流又直接决定了网络的损耗。根据这一相互作用关系,由潮流计算结果和网络参数所推导的损耗数据可作为某一运行方式下分台区、分线的层面上的数据参考。假设某配电网由  $n$  条输电线路和  $m$  个变压器构成,可先按照拓扑结构,将网络细化为最小单元的接线形式,具体如图1所示。

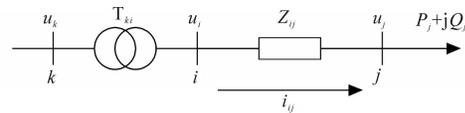


图1 配电网最小单元的接线形式图

Fig.1 Wiring diagram of the smallest unit of distribution network

图1中,母线  $k$  和母线  $i$  之间为变压器单元;母线  $i$  和母线  $j$  之间为输电线路单元; $P_j+jQ_j$  为母线  $j$  后所带的运行负载。

3条母线对应的运行电压分别为: $u_k = U_k \angle \theta_k$ ,  $u_i = U_i \angle \theta_i$  和  $u_j = U_j \angle \theta_j$ ,可由潮流计算获得对应的运行数据,表征运行方式的各节点电压数据可由集合  $u_x = \{u_1, u_2, \dots\}$  表示,对应的线路电流  $i_{ij}$  和线路损耗  $P_{loss,ij}$  可由集合  $u_x$  与相关母线之间线路的等效阻抗计算,具体如下式所示:

$$i_{ij} = (U_i \angle \theta_i - U_j \angle \theta_j) / Z_{ij} \quad (1)$$

$$P_{loss,ij} = |i_{ij}|^2 \cdot r_{ij} \quad (2)$$

其中

$$Z_{ij} = r_{ij} + jx_{ij}$$

式中: $Z_{ij}$  为母线  $i$  和母线  $j$  之间线路的等效阻抗。

该运行方式下分线线损  $P_{\Sigma loss,l}$  为  $n$  条线路损耗之和,即

$$P_{\Sigma loss,l} = \sum_n P_{loss,ij} \quad (3)$$

同理,可得该运行方式下变压器电流  $i_{ki}$  以及分台区损耗  $P_{\Sigma loss,T}$  ( $m$  个变压器损耗之和)如下式:

$$P_{loss,ki} = |i_{ki}|^2 \cdot r_{T_{ki}} \quad (4)$$

$$P_{\Sigma loss,T} = \sum_m P_{\Sigma loss,ki} \quad (5)$$

则理论线损  $P_{\Sigma loss,theory}$  为两者之和,即

$$P_{\Sigma loss,theory} = P_{\Sigma loss,T} + P_{\Sigma loss,l} \quad (6)$$

在固定的时间段内,根据电源所发电量和抄表电量的差量统计信息,可得统计线损  $P_{\Sigma_{\text{loss,statistics}}}$  的具体数据。通过前期的工作结果来看,统计线损数据与理论线损数据存在一定的不匹配量  $\Delta P_{\Sigma_{\text{loss}}} = |P_{\Sigma_{\text{loss,theory}}} - P_{\Sigma_{\text{loss,statistics}}}|$ ,其主要原因在于前述损耗的测量方法和“跑冒滴漏”部分掺杂在整体数据当中。

### 2.2 基于GMM的配电网损耗分布模型

对于一类数据整体中含有若干个“隐含变量”的特征分布曲线,有较为复杂的波动性特性,具体示例如图2所示。

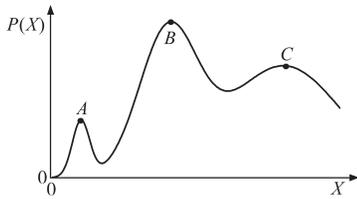


图2 复杂波动性特性分布图

Fig.2 Complex volatility characteristics distribution diagram

图2中,  $A, B, C$  为某一混合分布的3个可能极值点,一般来讲,可能极值点与多个不同特征数据分布的极值点位置相近。与从图2混合数据的分布曲线上来看,可以采用高斯混合模型(Gaussian mixture model, GMM),将其分解为多个不同特征数据分布的线性组合,即观测数据在总体中的分布规律一定满足由  $k$  个子高斯分布组成的线性组合。具体分析过程如下:

设  $X_j$  为第  $j$  个观测数据,  $j=1, 2, 3, \dots$ ;  $k$  为混合模型中子高斯分布的数量,  $k=1, 2, 3, \dots$ ;  $\alpha_k$  为第  $k$  个子高斯分布的权重,  $\alpha_k \geq 0$ ;  $\gamma_{jk}$  为第  $j$  个观测数据属于第  $k$  个子高斯分布的概率。则对于一个在总体分布中含有  $K$  个子分布的混合概率模型,其GMM模型可被表示为

$$P(X|\theta) = \sum_{k=1}^K \alpha_k N(X|\theta_k) \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^K \alpha_k = 1 \quad (8)$$

$$\theta_k = (\mu_k, \sigma_k^2) \quad (9)$$

式中:  $N(X|\theta_k)$  为第  $k$  个子高斯分布模型的度函数;  $\mu_k, \sigma_k$  分别为每个子模型的期望、标准差(或协方差)。

对于图2中的  $P(X)$  曲线,按照上述步骤,可以被分解为  $G_1(X_1), G_2(X_2)$  和  $G_3(X_3)$  三个子高斯分布的线性组合,具体如图3所示。

整个GMM模型中的若干隐变量同样服从高斯分布,在此混合模型中,通常采用Log-Likelihood函数完成相关计算,具体公式如下:

$$\begin{aligned} \ln L(\theta) &= \sum_{j=1}^N \ln P(X_j|\theta) \\ &= \sum_{j=1}^N \ln \left[ \sum_{k=1}^K \alpha_k N(X|\theta_k) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

与单高斯分布计算过程不同,考虑对于每个观测数据点来说,无法完全得知其与某一个子高斯分布的隶属关系,故无法使用最大似然法,通过对上述Log-Likelihood函数求导完成参数的计算,需要通过迭代的方法完成具体分布参数的求解。

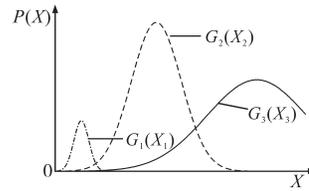


图3 线性组合分布图

Fig.3 Linear combination distribution diagram

## 3 基于EM算法的特征分布参数迭代计算

### 3.1 基于EM算法的损耗特征参数计算

期望最大化(expectation-maximization, EM)算法可用于含有隐变量的GMM中子高斯分布概率模型参数的最大似然估计。

每次迭代包含2个步骤,具体如下:

1) E-step: 求各分布的期望。依据当前参数,计算每个数据  $j$  来自子模型  $k$  的可能性,即根据下式求得  $\gamma_{jk}$  为

$$\gamma_{jk} = \frac{\alpha_k \phi(X_j|\theta_k)}{\sum_{k=1}^K \alpha_k \phi(X_j|\theta_k)} \quad (11)$$

其中  $j=1, 2, \dots, N$   
 $k=1, 2, \dots, K$

2) M-step: 求各参数的极大值,计算新一轮迭代的模型参数,如下式:

$$\mu_k = \frac{\sum_{j=1}^N (\gamma_{jk} X_j)}{\sum_{j=1}^N \gamma_{jk}} \quad (12)$$

$$\sigma_k = \frac{\sum_{j=1}^N \gamma_{jk} (X_j - \mu_k)(X_j - \mu_k)^T}{\sum_{j=1}^N \gamma_{jk}} \quad (13)$$

$$\alpha_k = \frac{\sum_{j=1}^N \gamma_{jk}}{N} \quad (14)$$

其中  $j=1, 2, \dots, N$   
 $k=1, 2, \dots, K$

重复计算上述E-step和M-step,直至收敛条件  $|\theta_k^{i+1} - \theta_k^i| \leq \zeta$  ( $\zeta$  是一个小正数) 成立,则完成

GMM中所需参数的迭代计算。

### 3.2 基于极值点的EM算法参数初始化计算

考虑EM算法的运算条件和过程,在迭代的过程中其计算效果会受到如下因素的影响:

1)在E-step过程中,特征分布参数的计算次数依赖于初始值的选择,且会影响M-step过程的迭代精度;

2)EM算法所具备的收敛性仅是找到全局最大值的必要条件,在某些分布中,仅能收敛于局部最大值。

针对这一现象,文献[16-17]的解决方法是初始化几次不同的参数或者随机初始化模型参数进行迭代,并比对结果以完成计算。本文考虑损耗分布的特性,做如下处理:根据子高斯分布模型的均值点与各极值点的距离不大的特性,在如图1所示的分布曲线上,可以找到若干个极大值点,即A,B和C点,利用此分布曲线上所表现出的直观信息,取:

$$\begin{cases} \mu_{k1}^0 = X_A \\ \mu_{k2}^0 = X_B \\ \mu_{k3}^0 = X_C \end{cases} \quad (15)$$

$X_A, X_B$ 和 $X_C$ 为整体分布曲线上各极值点的横坐标,将其作为EM算法各子高斯分布模型均值点的初始值,参与首次迭代计算。

由于EM算法在计算时,得到的结果需要迭代比对,所以还需参考正常情况下的损耗历史数据才能最终完成,同样需要对历史数据进行GMM模型化并提取特征参数,具体流程如图4所示。

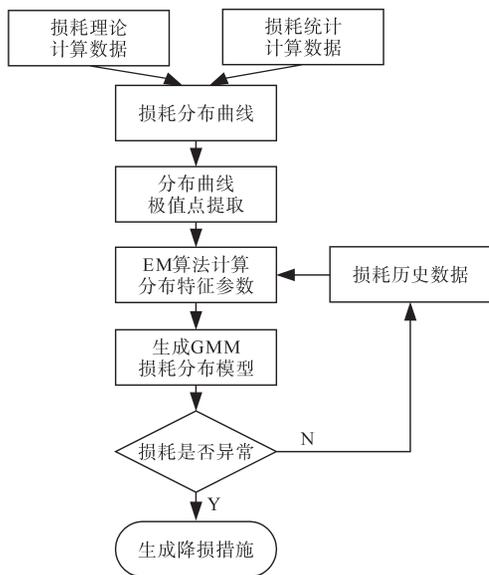


图4 整体流程框图

Fig.4 Overall process block diagram

## 4 实例验证

选取某配电网一条10 kV线路的损耗数据正常周和两个异常周实测数据为例,进行分析,通过对前述GMM模型参数的计算以及变化程度判定损耗异常情况的出现。

该配电网一条10 kV线路的5 d正常损耗曲线,如图5所示。

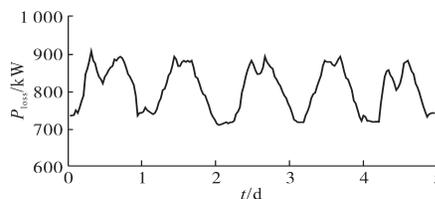


图5 某配电网10 kV线路5 d损耗正常曲线

Fig.5 5 d loss normal curve of 10 kV line in a distribution network

按照前述的算法,该10 kV线路在此5 d内损耗数据的GMM曲线如图6所示。

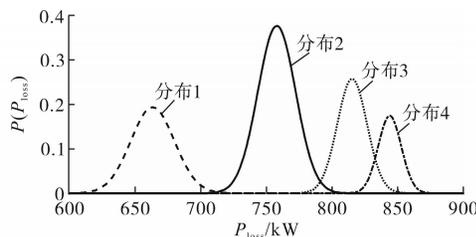


图6 10 kV线路损耗正常日GMM分布曲线

Fig.6 Normal daily GMM distribution curves of 10 kV line loss

通过式(11)~式(13),完成图6中的GMM模型参数的计算,具体结果如表2所示。

表2 GMM参数表

Tab.2 Parameters table of GMM

分布	$\alpha$	$\mu$	$\sigma$
分布1	0.193	664.7	16.7
分布2	0.376	756.8	14.4
分布3	0.257	814.1	11.3
分布4	0.174	842.6	8.8

### 4.1 管理降损案例验证

此10 kV线路有2 d损耗异常,第3天恢复正常,具体曲线如图7所示。

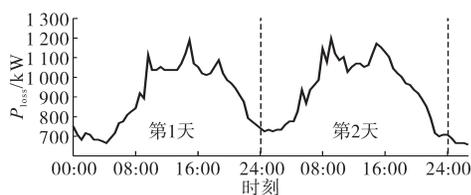


图7 某配电网10 kV线路2 d损耗异常曲线(案例1)

Fig.7 2 d loss abnormal curve of 10 kV line in a distribution network(case 1)

从图7中可以看出,此2 d内最大损耗值超出正常日最大损耗值近300 kW,基本都发生在08:00—16:00这一用电高峰时间段内。按照前述的算法,该10 kV线路在此2 d内损耗数据的GMM模型同样由4组高斯分布构成,具体参数如表3所示。

表3 GMM模型参数表(异常情况1)  
Tab.3 Parameters table of GMM (abnormal 1)

组别	第1天			第2天		
	$\alpha$	$\mu$	$\sigma$	$\alpha$	$\mu$	$\sigma$
1	0.182	630.7	15.2	0.179	635.9	14.7
2	0.384	783.8	16.4	0.386	790.6	16.9
3	0.293	826.4	10.5	0.298	845.8	11.2
4	0.141	879.1	7.6	0.137	886.5	7.1

将这一情况逐级进行梳理,定位损耗异常点于一小工厂内,经现场核查,发现该工厂新建一套250 kW的电伴热装置,且该装置未经计量仪表直接连于工厂进线上,属于统计线损异常所反映的“跑冒滴漏”现象。

#### 4.2 技术降损案例验证

随后的某一周,该10 kV线路在一天中的14:00左右发生损耗异常,第2天恢复正常,第3天同样在14:00左右出现异常,具体曲线如图8所示。

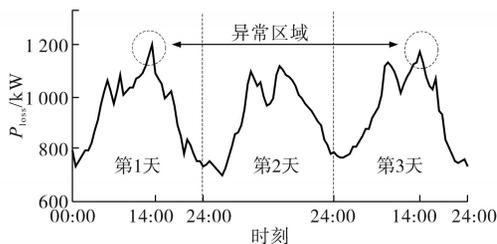


图8 某配电网10 kV线路3 d损耗异常曲线(案例2)

Fig.8 3 d loss abnormal curves(case 2)

在此3 d内损耗数据的GMM模型同样由4组高斯分布构成,第2天的数据与表2差距不大,第1天和第3天的具体参数如表4所示。

表4 GMM模型参数表(异常情况2)  
Tab.4 Parameters table of GMM (abnormal 2)

组别	第1天			第3天		
	$\alpha$	$\mu$	$\sigma$	$\alpha$	$\mu$	$\sigma$
1	0.178	618.7	14.9	0.174	620.3	14.3
2	0.352	765.2	17.8	0.363	743.5	18.2
3	0.289	880.6	13.2	0.288	868.4	13.4
4	0.181	935.4	10.9	0.175	912.8	11.6

通过与检修部门核对,定位损耗异常点于一干式箱变,经现场核查,发现该干式箱变的绝缘

部分污损,导致在出现尖峰电流的时间段内,变压器损耗持续增大,属于理论线损异常所反映的设备老化现象。

## 5 结论

文中提出采用GMM模型,通过EM算法完成损耗数据的参数计算,并通过与正常日数据的对比,发现损耗异常点,对降损工作的开展提供有力的依据,具体结论如下:

1)通过对一般正常日数据进行GMM模型化计算,可以还原配电网在正常运行情况下损耗的水平;

2)GMM模型参数的明显变化,有助于准确完成损耗异常现象的识别,并对管理降损和技术降损工作提供依据;

3)EM算法的初始值设定影响GMM模型参数的迭代计算,且本文算法需要大量历史数据作为支撑完成损耗数据的比对。

#### 参考文献

[1] 李滨,严康,罗发,等.最优标杆在市级电网企业线损精益管理中的综合应用[J].电力系统自动化,2018,42(23):184-192.  
Li Bin, Yan Kang, Luo Fa, et al. Comprehensive application of optimal benchmarking in line loss lean management of city-level power grid enterprises[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(23): 184-192.

[2] 史雷,赵滨滨,徐晓萌,等.基于分层节点识别策略的中低压配电网同期线损优化系统的研究[J].电测与仪表,2019,56(24):39-45.  
Shi Lei, Zhao Binbin, Xu Xiaomeng, et al. Design and implementation of the synchronous line loss optimization system of medium and low voltage distribution network based on hierarchical node identification strategy[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2019, 56(24): 39-45.

[3] Kumar P, Gupta N, Niazi K R, et al. A circuit theory-based loss allocation method for active distribution systems[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(1): 1005-1012.

[4] 黄海.新能源并网下微电网台区线损与无功多目标优化[J].电测与仪表,2019,57(10):83-87.  
Huang Hai. Multi-objective optimization of line loss and reactive power in micro-grid area considering renewable energy integration[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2019, 57(10): 83-87.

[5] 唐登平,李俊,孟展,等.统计线损数据准确性研究[J].电力系统保护与控制,2018,46(24):33-39.  
Tang Dengping, Li Jun, Meng Zhan, et al. Research on accuracy of statistical line losses[J]. Power System Protection and Con-

- trol, 2018, 46(24):33-39.
- [6] 王海云, 卢志刚, 杨莉萍, 等. 基于突变理论的电网线损关键节点辨识[J]. 电测与仪表, 2021, 58(5):125-129.  
Wang Haiyun, Lu Zhigang, Yang Liping, *et al.* Identification of key nodes of power line loss based on catastrophe theory[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2021, 58(5):125-129.
- [7] Wu Yahui, Dong Xinzhou, Sohrab M. Modeling and simulation of air-gapped current transformer based on Preisach theory[J]. Protection and Control of Modern Power System, 2017, 2(2):111-121.
- [8] 钟小强, 陈杰, 蒋敏敏, 等. 基于深度学习的台区线损分析方法[J]. 电网技术, 2020, 44(2):770-774.  
Zhong Xiaoqiang, Chen Jie, Jiang Minmin, *et al.* A line loss analysis method based on deep learning technique for transformer district[J]. Power System Technology, 2020, 44(2):770-774.
- [9] Liu Sixian, Liang Ying, Wang Jinli, *et al.* Identification of stealing electricity based on big data analysis[J]. Energy Reports, 2020, 6(S9):731-738.
- [10] 赵庆明. 基于近邻传播算法和随机森林回归模型的台区线损率计算方法[J]. 电力系统及其自动化学报, 2020, 32(9):94-98.  
Zhao Qingming. Calculation method for line loss rate in transformer district based on affinity propagation algorithm and random forest regression model[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2020, 32(9):94-98.
- [11] 马丽叶, 刘建恒, 卢志刚, 等. 基于深度置信网络的低压台区理论线损计算方法[J]. 电力自动化设备, 2020, 40(8):140-146.  
Ma Liye, Liu Jianheng, Lu Zhigang, *et al.* Theoretical line loss calculation method of low voltage station based on deep confidence network[J]. Electric Power Automation Equipment, 2020, 40(8):140-146.
- [12] 巨国峰. 基于聚类分区的理论线损优化计算研究[D]. 秦皇岛:燕山大学, 2018.  
Ju Guofeng. Research on theoretical line loss optimization calculation based on clustering partition[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2018.
- [13] 王方雨, 刘文颖, 陈鑫鑫, 等. 基于“秩和”近似相等特性的同期线损异常数据辨识方法[J]. 电工技术学报, 2020, 35(22):4771-4783.  
Wang Fangyu, Liu Wenying, Chen Xinxin, *et al.* Abnormal data identification of synchronous line loss based on the approximate equality of rank sum[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(22):4771-4783.
- [14] Wang Shouxiang, Liu Qi, Ji Xingquan. A fast sensitivity method for determining line loss and node voltages in active distribution network[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(1):1148-1150.
- [15] Alessandro Bosisio, Alberto Berizzi, Edoardo Amaldi. Optimal feeder routing in urban distribution networks planning with layout constraints and losses[J]. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2020, 8(5):1005-1014.
- [16] 张美霞, 李丽, 杨秀, 等. 基于高斯混合模型聚类和多维尺度分析的负荷分类方法[J]. 电网技术, 2020, 44(11):4283-4296.  
Zhang Meixia, Li Li, Yang Xiu, *et al.* A load classification method based on Gaussian mixture model clustering and multi-dimensional scaling analysis[J]. Power System Technology, 2020, 44(11):4283-4296.
- [17] 李聪聪, 王彤, 相禹维, 等. 基于改进高斯混合模型的概率潮流解析方法[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(10):146-155.  
Li Congcong, Wang Tong, Xiang Yuwei, *et al.* Analytical method based on improved Gaussian mixture model for probabilistic load flow[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(10):146-155.

收稿日期:2021-04-15  
修改稿日期:2021-04-27