拖挂大载荷特种车辆离散路径跟踪控制

周达¹,伟利国¹,袁玉龙¹,陆一乔²

(1.中国农业机械化科学研究院集团有限公司,北京 100083;

2.中国中元国际工程有限公司,北京 100089)

摘要:针对拖挂大载荷机组设备的特种车辆高精度路径跟踪问题,将纯追踪算法和积分控制算法有机结合,提出了一种基于离散路径的自动导航方法。首先介绍了车辆运动学模型、纯追踪算法模型、极限转角问题 以及大载荷引起的导航静差问题。然后对纯追踪算法中预瞄点坐标的计算方法、车辆极限转角确定方法以及 积分控制算法进行了详细阐述。通过对实验数据的整理和分析,得到如下结果:特种车辆在拖挂10t载荷且 最大行进速度为6km/h时,路径跟踪最大横向偏差为0.15m,平均偏差不超过0.1m。

关键词:自动导航;离散路径;预瞄点;纯追踪算法

中图分类号: V249.32; V246 文献标识码: A DOI: 10.19457/j.1001-2095.dqcd24292

Path Tracking Method for Special Trailer with Large Towed Mass Based on Discrete Path ZHOU Da¹, WEI Liguo¹, YUAN Yulong¹, LU Yiqiao²

(1. Chinese Academy of Agricultural Mechanization Sciences Group Co., Ltd., Beijing 100083,

China; 2. China IPPR International Engineering Co., Ltd., Beijing 100089, China)

Abstract: By integrating pure pursuit algorithm with integral control algorithm, an autopilot method based on discrete point set path was proposed to implement high-precision path-tracking function of a special trailer with large towed mass. The kinematic model of vehicle, the pure pursuit model, the limit steering issue and the steady-error caused by towed mass were elaborated and. Then the calculation method of target points' coordinates, the determination method of the limit steering of vehicle and the integral control algorithm in the pure pursuit algorithm were described in detail. The experiment datasets were organized and analyzed. The results are as follows, that a special trailer with towed mass of 10 t proceeded at the maximum travel speed of 6 km/h, the maximum lateral error was 0.15 m and the average lateral error was less than 0.1 m.

Key words: autopilot; discrete path; target points; pure pursuit algorithm

目前较为常用的路径追踪方法有:比例积分 微分(proportional-integral-derivative,PID)方法、纯 追踪方法、模糊控制方法、模型预测控制(model predictive control,MPC)方法等^[1-2]。PID方法在控 制领域应用广泛,该方法不需要准确的控制对象 的数学模型,实现较为简单,且通常具有良好的 控制效果。然而,PID方法的调参过程较为繁琐, 且对于外部干扰的适应性不足^[3]。纯追踪方法是 另一种简便有效的路径追踪方法,其核心是连接 车辆的后轴中点与预瞄点,并通过几何方法确定 航向偏角,进而计算出转向角^[4]。该方法在中低 速车辆中应用广泛,具有较好的效果。模糊控制 方法不需要精确的车辆运动学模型,可以将人类 现有的经验转化为模糊规则,进而通过模糊推理 计算转向角。对于一些系统模型复杂且已有较 为成熟的人工控制经验时,模糊控制方法较为经 济高效^[5]。MPC方法则考虑了车辆运动学或动力 学模型,将转向角作为控制量,根据当前的位姿 及对一定时间内的车辆运动趋势进行预测,从而 建立车辆实际行走轨迹与目标路径间偏差的数 学模型,通过优化的方法求解出最优的一组控制 量。当车辆运动学或动力学模型已知时,MPC方 法可以获得较好的控制效果^[6]。

本文针对拖挂大载荷机组设备的特种车高 精度路径跟踪问题,将纯追踪算法和积分控制算 法有机结合,提出了一种离散路径跟踪方法。本

基金项目:国家重点研发计划(2021YFD20006)

作者简介:周达(1990—),男,硕士,工程师,Email:zhouda128@sina.com

文控制对象车辆为三轮前驱结构,驱动和转向均 由前轮完成,车辆最高时速6 km/h。

1 车辆及荷载模型

1.1 运动学分析

车辆运动学模型是从几何学角度描述车辆的 运动规律,并且不考虑车辆所受的力^[7]。为了高效 方便地进行分析和控制,本文采用运动学方法对 车辆进行抽象,并根据以下前提条件建立车辆运 动学模型^[8]:只考虑车辆在平面的运动;车辆低速 行驶且不考虑轮胎的滑移;车身可视为是刚性的。

由于不考虑轮胎滑移,因此各个车轮的速度可 认为均沿车轮轴线方向,从而车辆运动模型可被简 化为自行车模型,即只有一个前轮,一个后轮,前、 后轮之间为刚性连接。根据刚体运动学可以求得 车辆的速度瞬时中心,即前轮法线与后轴延长线的 交点。在短时间内,可以认为车辆绕行驶速度的瞬 时中心做圆周运动(当前轮方向沿车身轴线方向时 车辆做直线运动)。图1所示为简化的车辆运动学 模型,其中P点为车辆后轮中心,0点为速度瞬时 中心,R为转弯半径,δ为前轮转角(逆时针为正,顺 时针为负),l为轴距。由几何关系可得:



1.2 纯追踪模型

由1.1节可知,当车辆前轮保持固定转角时, P点可以近似为做圆周运动。如果要使P点经过 某个目标点T,只需找到合适的前轮转角并使P 点所要经过的圆周轨迹穿过T点即可。其中,T 点可通过预瞄法查找获得,即以P点为圆心,以给 定前视距离s为半径做前视距离圆O_p,如果O_p与 目标路径存在交点,则该交点即为预瞄点T点^[9]。 图2所示为纯追踪模型示意图,α为车辆航向与 后轴中点-预瞄点连线间的夹角。

由几何关系可得 $\angle TOP = 2\alpha$,另根据正弦定 理可得:

$$\frac{s}{\sin 2\alpha} = \frac{R}{\sin(90^\circ - \alpha)}$$
(2)

进行简化可得:



1.3 极限转角

对于式(1)所述几何关系,存在一种特殊情况,即当90°<| α |<180°时,sin α = sin(180° - α)。 此时纯追踪算法的输出转角等同于车辆航向角 偏差较小时的输出转角。比如,当 α = 180°时(车 辆航向完全背离预瞄点),sin α = 0,即纯追踪算法 的输出转角 δ = 0°,显然车辆将向背离预瞄点的 方向行驶。图3表示当车辆航向偏差大于90°时 的示意图。其中,T为 O_p 与路径的交点,T'为以 线段 \overline{OP} 为轴线的T点的镜像点。





Fig.3 Schematic diagram of big heading error of vehicle

显而易见, sin α = sin α '。如前所述, 当 $|\alpha|$ 越接近180°时,输出转角将越接近0°,从而造成车辆趋于失控。根据式(1),当 α = ±90°时,计算的输出转角达到理论极限值:

$$\begin{cases} \delta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{2l}{s}\right) \\ \delta_r = -\tan^{-1}\left(\frac{2l}{s}\right) \end{cases}$$
(4)

式中:δ,为逆时针极限值;δ,为顺时针极限值。

此外,考虑到车辆前轮有机械转向限位(大约65°),导致车辆前轮有机械转角 δ_{th} (逆时针方向为正,顺时针方向为负),从而真正可以输出的最大转角应为

$$\begin{cases} \delta_{\text{Imax}} = \min(\delta_{\text{l}}, \delta_{\text{th}}) \\ \delta_{\text{rmax}} = \max(\delta_{\text{r}}, -\delta_{\text{th}}) \end{cases}$$
(5)

式中: δ_{Imax} 为可以输出的逆时针极限值; δ_{Imax} 为可以输出的顺时针极限值。

1.4 追踪静差

本文中所研究的特种车辆,在实际使用中的 某些场合下拖挂有负载设备。当拖挂作业时,负 载设备的前轮被固定在车辆后部。图4为特种车 辆拖挂模型示意图。



图4 拖挂模型示意图 Fig.4 Schematic diagram of the towing model

对于纯追踪算法,其输出值的大小仅取决于 当前的误差大小,在误差较小时可以认为是一个 近似的比例控制器。当被拖挂设备的质量很大 时,其惯性以及后轮与地面的摩擦力也较大,从 而当车辆前轮转向角不足以使车辆和被拖挂设 备克服此阻力作用时,车体将偏向路径的一侧^{10]}。 由于拖挂模型受力及转向系统较为复杂,难以准 确建立其动力学模型,因此为了消除如前所述的 净差,引入积分控制器。当净差不断累积时,积 分控制器叠加的输出转角将不断增大以进行校 正,从而达到消除净差的目的。

2 算法

2.1 预瞄点的选取

本文中预定路径以离散点的形式给出,点与 点的间隔约10 cm。由于路径点间隔相对于路径 长度来说较为密集,因此,直接采用线性插补的 方法,将路径点用直线段顺次连接,从而形成多 条首尾相接的直线段。根据式(3),纯追踪算法 输出的转角主要取决于 α 。而要确定 α 则需要先 确定预瞄点,即确定前视距离圆 O_p 与路径的位置 关系^[11]。对于路径上某直线段 $\overline{D_i D_{i+1}}$ 将其写为 向量形式n。将P分别连接 D_i, D_{i+1} 得到向量a和 b。根据几何关系: $a \cdot n > 0$ 时, $P \propto \overline{D_i D_{i+1}}$ 投影范 围之前; $a \cdot n < 0$ 且 $b \cdot n > 0$ 时, $P \propto \overline{D_i D_{i+1}}$ 投影范 围之内; $b \cdot n < 0$ 时, $P \propto \overline{D_i D_{i+1}}$ 的位 置关系进行分析。

2.1.1 P在线段投影范围之前

将s与||a||,||b||进行比较,可分为三种情况:

1) $s < ||a||: O_p 与 D_i D_{i+1}$ 没有交点。不妨以 D_i 作为预瞄点,此时输出转角达到极限转角,车辆可以较快地追踪入线。

2) $||a|| \leq s \leq ||b|| \cdot O_p 与 \overline{D_i D_{i+1}}$ 有一个交点,此 交点即预瞄点。

3) $s > \|b\|: O_p = \overline{D_i D_{i+1}}$ 无交点。为了判断 O_p 与路径是否存在交点,从 $\overline{D_{i+1} D_{i+2}}$ 开始继续向后 查找。若 O_p 与路径上某一直线段存在交点,则此 交点即预瞄点。若遍历完路径上 $\overline{D_i D_{i+1}}$ 之后的 所有直线段仍未找到交点,则以路径的倒数第二 个点向路径终点做射线,记为c。由于c的起点在 O_p 之内,所以c必与 O_p 存在交点,以此交点作为 预瞄点。

2.1.2 P点在线段投影范围之内

此时,*P*点在直线段*D*_{*i*}*D*_{*i*}+1</sub>上有一个投影点, 记为*F*点,从*P*点向*F*点作向量,记为*h*。将*s*与 *ihi*,*ibij*进行比较,可分为三种情况:

1)s < ||**h**||:同 2.1.1节中的情况 1)。

2)||**h**||≤s≤||**b**||:同2.1.1节中的情况2)。

3)s>||b||:同2.1.1节中的情况3)。

2.1.3 P点在线段投影范围之后

此时,判断 O_p 与 $\overline{D_i D_{i+1}}$ 的位置关系没有意 义。因此,从 $\overline{D_{i+1} D_{i+2}}$ 开始继续向后查找,直到 找到投影范围包络住P点的直线段,记为 $\overline{D_j D_{j+1}}$, 从 $\overline{D_j D_{j+1}}$ 开始,重复2.1.2节的步骤。若找不到此 直线段 $\overline{D_j D_{j+1}}$ 则说明P点已在路径终点之后,结 束追踪。

2.2 预瞄点T的坐标计算

如前所述,当 O_p 与某直线段 $\overline{D_i D_{i+1}}$ 存在交点 且P点在 $\overline{D_i D_{i+1}}$ 投影范围之内或之后时,此交点 即预瞄点,其坐标计算过程如下:记n的单位向量 为t,则有:

$$t = \frac{n}{||n||} \tag{6}$$

从而有:

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{a} - (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{t})\boldsymbol{t} \tag{7}$$

分别从 D_i 和P向预瞄点T点作向量,记为f和s,从 而根据几何关系有:

$$f = (\sqrt{s^2 - h^2} - a \cdot t)t$$
$$= [\sqrt{s^2 - a^2 + (a \cdot t)^2} - a \cdot t]t$$
(8)

将 D_i 和T以向量表示,记为 D_i 和T,则有:

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{D}_i + \left[\sqrt{\boldsymbol{s}^2 - \boldsymbol{a}^2 + (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{t})^2} - \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{t}\right] \boldsymbol{t} \quad (9)$$

当出现2.1.1节中情况3)中无法在路径上找到预 瞄点的情况时,将c作为直线段并结合式(9)即可 得到T点的坐标。

2.3 积分控制

如1.4节中所述,为了消除追踪静差,引入积 分控制器。

2.3.1 偏差方向判定

积分控制器需要对横向偏差进行累加,因此 偏差需要有方向。图5为偏差方向示意图。



图5 偏差方向示意图 Fig.5 Schematic diagram of error direction 结合式(7)可得横向偏差标量的表达式如下:

$$h = \begin{cases} ||\boldsymbol{h}|| & \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} \ge 0\\ -||\boldsymbol{h}|| & \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} \le 0 \end{cases}$$
(10)

式中:h为偏差的标量。

2.3.2 积分控制器

如图6所示,以采样时刻为横坐标,以横向偏 差为纵坐标,可得一系列离散点。



图6 离散偏差示意图

Fig.6 Schematic diagram of discrete error

为代入积分控制器进行计算,需要将离散偏 差转换为连续偏差。通过将离散偏差拟合为偏 差曲线并通过数值方法计算曲线积分可得连续 偏差。

考虑到车辆行驶速度较低,不妨以图6中的 阴影部分的面积作为偏差增量以减少计算量,得 到累计偏差值:

$$\begin{cases} sum_{(k)} = sum_{(k-1)} + 0.5 [h_{(k-1)} + h_{(k)}] dt_{(k)} \\ sum_{(0)} = 0 \end{cases}$$

式中: $sum_{(k)}$ 为当前采样时刻的累计偏差; $sum_{(k-1)}$ 为上一采样时刻的累计偏差;h(k)为当前采样时刻 的偏差;h_(k-1)为上一采样时刻的偏差;dt_(k)为当前 采样时刻与上一采样时刻之间的时间差;sum_ 为累计偏差初值。

则积分控制器的输出为

$$\delta_{I(k)} = K_I sum_{(k)} \tag{12}$$

式中: $\delta_{I(k)}$ 为当前时刻的积分控制输出: K_i 为积分 常数。

2.3.3 积分抗饱和

由式(11)可知,当sum的绝对值随着偏差的 累计而变得非常大时,积分控制器也将输出一个 非常大的值,甚至造成系统失控。为避免这种情 况,为积分控制器的输出设置上、下饱和边界,积 分控制器的输出按下式计算[12]:

$$\delta_{I(k),\text{out}} = \begin{cases} \delta_{I,\text{max}} & \delta_{I(k)} \ge \delta_{I,\text{max}} \\ -\delta_{I,\text{max}} & \delta_{I(k)} \le -\delta_{I,\text{max}} \end{cases}$$
(13)

式中: $\delta_{I(k),out}$ 为积分控制器的输出; $\delta_{I,max}$, $-\delta_{I,max}$ 为饱 和区上、下边界。

 $当 \delta_{I(k)}$ 超出饱和区边界后,进入饱和区。

在某些情况(例如:车辆的初始偏差非常大、 被拖挂设备的摩擦阻力非常大,导致车辆长时间 无法入线等情况)下,偏差会累计得非常快,并且 使积分控制器的输出很快进入饱和区。当车辆 在输出转角的控制下渐渐靠近目标路径时,车 辆的偏差绝对值越来越小,直至变为零。由于 偏差累计的滞后性,此时积分控制器仍然在饱 和区内,且需要较长时间才能脱离饱和区。这 种由积分控制器的滞后性造成的"积分饱和"现 象可能引起车辆的大幅超调,进而造成系统失 控[13]。为了消除以上问题,在积分控制器中加入 反馈抑制:

$$sum_{(k)} = sum_{(k-1)} + 0.5 [h_{(k-1)} + h_{(k)}] dt_{(k)} + K_{comp} [\delta_{I(k-1),out} - \delta_{I(k-1)}]$$
(1)

式中:K_{comp}为抗积分饱和系数,取值大于零。 K_{comp}越大,则积分控制器退出饱和区的速度越 快,反之越慢。因此,K_{com}需要根据试验标定出 合理取值。

综上,得到积分控制器的输出后,与纯追踪 控制器的输出进行叠加,得到最终的输出转角:

$$\delta_{\rm out} = \tan^{-1}\left(\frac{2l\sin\alpha}{s}\right) + \delta_{l,\rm out} \qquad (15)$$

实验结果分析 3

本实验在水平倾斜度为2°的机场跑道上完

成。实验所用车辆的参数如下:轴距2406 mm; 轮距1254 mm;质量2t;最大行驶速度6 km/h。 实验中,车辆的速度随路径曲率而变化并在曲率 为零处达到最大行驶速度。本实验采用RTK差 分定位的方式,定位模块为"和芯星通UB482", 经全站仪测试,该模块在静止时的定位误差小于 2 cm。RTK差分数据传输采用1.4 GHz无线专用 网络,延迟小于20 ms。

实验中,带拖挂负载车辆分别对多条路径进 行了追踪。每组实验的流程大致如下:当拖挂负 载车辆准备就绪后,由控制后台发送目标路径至 控制终端;控制终端收到路径后进行解析并返回 准备就绪信息至控制后台,控制后台随即发送开 始指令至控制终端;控制终端收到指令后启动并 开始路径追踪;当车辆到达路径终点处时停车并 通知控制后台路径追踪完成,实验结束。

3.1 路径及轨迹

本文挑选出具备代表性的4组实验,并对实 验中记录的车辆实时定位数据进行滤波、坐标转 换等处理。

图7所示为直线路径及轨迹,图8所示为双 纽线路径及轨迹,图9和图10所示分别为2组自 由曲线路径及轨迹。

3.1.1 直线实验结果分析

图7中,车辆的目标路径为一条直线。车辆从 坐标点(-9,26)附近出发。车辆在启动后进行了航 迹纠偏并迅速完成了入线。横向偏差的平均值 为1.2 cm。





3.1.2 双纽线实验结果分析

图 8 中,目标路径为一条双纽线,该路径的表 达式为

$$p(t) = \left(\frac{60 \text{cos}t}{3 - \cos(2t)} - 0.5, \frac{30 \sin(2t)}{3 - \cos(2t)} + 122\right)$$
(16)

车辆自坐标点(29,121)附近出发,初始航向 向南,最终回到双纽线右侧顶点。车辆在路径上 曲率最大处的横向偏差最大,而在曲率较小处则 较为精准。横向偏差平均值为6.3 cm。



3.1.3 自由曲线实验结果分析

图9和图10中的曲线为自由曲线。图9中车辆自(-38,62)附近出发,图10中车辆自(-3,136)附近出发。图9中,车辆启动后快速完成了入线, 在较大的转弯后,轨迹偏向路径外侧(过弯处向外的方向),其原因在于拖挂设备的惯性较大,在 过弯时会对车辆后部施加一个较大的侧向推力, 造成车辆偏向路径弯曲处的外侧。图10中,车辆 在启动阶段速度较低时出现了"抄近路"的现 象^[14],在平直段追踪效果最好,在较大的过弯后, 与图9的轨迹类似,都出现了偏向路径弯曲处外 侧的现象。图9横向偏差平均值为2.5 cm,图10 横向偏差平均值为5.3 cm。



3.2 横向偏差分布

图 11 为车辆追踪各条路径时的横向偏差。 图中,每个箱体的上/下边分别对应上/下四分位 数,箱体中的线对应中位数,箱体外的上/下两条 线分别对应上/下临界异常值,在临界异常线以外 的被视作异常值,箱体内的空心点表示平均值。 由图 11 可以看出,误差分布最集中的实验组为直 线,最为分散的为自由曲线2。所有实验组中,横 向误差的中位数和均值都不同程度地偏向正方 向(路径左侧)。由于路径并非都朝向一个方向, 因此,可以初步排除由于拖挂负载摩擦力以及实 验场地坡道造成误差的可能。一种可能是车辆 的零位标定出现偏差,另一种可能是双天线的中 线与车体的中线之间存在偏差。



3.3 改进方向

3.3.1 路径形式

所有实验组中的路径均为离散点形式,为了 实现较为精准的控制效果,路径点之间必须有较 小的距离。对于大场地、长路径的情况,如果仍 采用离散点的形式则路径将占用较大的内存空 间;对于路径中较为平直的区间,大量的离散点 并不必要。因此,需要在后续实验中将路径由离 散点形式转换为参数化形式^[15]。

3.3.2 前视距离

对于 3.1.3 节中所述的纯追踪算法中车辆在 低速过弯时出现的"抄近路"现象,可以通过动态 调节前视距离的方法(如自适应控制、神经网络 等)进行改善^[16]。

3.3.3 车辆模型

本实验中车辆行驶速度较低,在后续实验中 将提高车辆的最高行驶速度。随着车速的提高, 1.1节中应用车辆运动学模型的前提将不再适 用,此时根据车辆运动学做出的分析与实际情况 间的误差将增大^[17]。此外,在路径曲率较大处,拖 挂设备的惯性可能造成车辆转向时向路径外侧 偏移^[18]。综上,考虑引入动力学模型并通过参数 在线辨识的方法获得准确的动力学模型^[19]。

4 结论

本文针对特种车辆拖挂大载荷实现离散路 i6 径跟踪控制的问题进行了研究。分析了车辆和 拖挂荷载的运动模型以及基于离散路径的预瞄 点查找方法,并在此基础上设计了纯追踪控制 器。随后,针对大载荷引起的追踪静差问题,引 入了积分控制算法和积分抗饱和算法。最后,对 实验数据进行了处理和分析。结果表明,该控制 方法具有良好的控制效果。

参考文献

- 熊璐,杨兴,卓桂荣,等.无人驾驶车辆的运动控制发展现状 综述[J]. 机械工程学报,2020,56(10):127-143.
 Xiong L, Yang X, Zhuo G, *et al.* Review on motion control of autonomous vehicles[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(10):127-143.
- [2] 刘凯.无人驾驶车辆体系结构与定位导航技术研究[D].北 京:北京理工大学,2010.

Liu K. Research on driverless vehicle architecture and positioning and navigation technology[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2010.

- [3] Thrun S, Montemerlo M, Dahlkamp H, et al. Stanley: the robot that won the DARPA grand challenge[J]. Journal of Field Robotics, 2006, 23(9):661–692.
- [4] Campbell S F. Steering control of an autonomous ground vehicle with application to the DARPA urban challenge[D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2007.
- [5] 周建军,张漫,汪懋华,等.基于模糊控制的农用车辆路线跟踪[J].农业机械学报,2009,40(4):151-156.
 Zhou J, Zhang M, Wang M, *et al.* Path tracking for agricultural vehicle based on fuzzy control[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2009,40(4):151-156.
- [6] 张效宇,程昆朋,赵祥磊.基于 MPC 的智能驾驶汽车横向运动控制研究[C]//中国汽车工程学会年会,上海,2018:85-90.
 Zhang X, Cheng K, Zhao X. Study of lateral control of autonomous vehicle based on MPC[C]//Annual Meeting of China Society of Automotive Engineers, Shanghai, 2018:85-90.
- [7] 杨世春,曹耀光,陶吉,等.自动驾驶汽车决策与控制[M].北京:清华大学出版社,2019.
 Yang S, Cao Y, Tao J, *et al.* Zi dong jia shi qi che jue ce yu kong zhi[M]. Beijing:Tsinghua University Press,2019.
- [8] 龚建伟,刘凯,齐建永,等.无人驾驶车辆模型预测控制[M]. 第2版.北京:北京理工大学出版社,2019.
 Gong J, Liu K, Qi J, et al. Model Predictive Control for Self-driving Vehicles[M]. 2nd Edition. Beijing: Beijing Institute of Technology Press,2019.
- [9] 吕文杰,马戎,李岁劳,等.基于纯追踪模型的路径跟踪改进 算法[J]. 测控技术,2011,30(7):93-96.
 Lü W, Ma R, Li S, *et al.* An improved algorithm based on pure pursuit model for path tracking[J]. Measurement & Control Technology,2011,30(7):93-96.
- [10] 叶民镇. 铰接式车体转向过程研究与转向系设计[J]. 建筑机

械:1997(11):9-11.

Ye M. Study of steering procedure of articulated frame and design of steering system[J]. Construction Machinery, 1997(11): 9-11.

- [11] 段建民,杨晨,石慧.基于 Pure Pursuit 算法的智能车路径跟踪[J].北京工业大学学报,2016,42(9):1301-1306.
 Duan J, Yang C, Shi H. Path tracking based on pure pursuit algorithm for intelligent vehicles[J]. Journal of Beijing University of Technology,2016,42(9):1301-1306.
- [12] 刘经纬,周瑞,朱敏玲.先进模糊智能复合经典PID控制理 论与应用及其Matlab实现[M].北京:首都经济贸易大学出版 社,2016.

Liu J, Zhou R, Zhu M. Xian jin mo hu zhi neng fu he jing dian PID kong zhi li lun yu ying yong ji qi Matlab shi xian[M]. Beijing; Capital University of Economics & Business Press, 2016.

- [13] Åström K J, Hägglund T, Astrom K J. Advanced PID control[M]. Research Triangle Park, NC: ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006.
- [14] 张攀,柳阳,刘新杰,等.改进的智能飞机牵引车路径导航纯 追踪算法[J]. 计算机工程,2019,45(5):267-271.
 Zhang P, Liu Y, Liu X, *et al.* Improved pure pursuit algorithm for intelligent aircraft tractor path navigation[J]. Computer Engineering,2019,45(5):267-271.
- [15] Vialard Anne. Geometrical parameters extraction from discrete paths[C]//International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery. Springer, Berlin, Heidelberg, 1996.

[16] 柴善鹏,姚立健,徐丽君,等.基于动态前视距离纯追踪模型的温室农机路径跟踪研究[J].中国农机化学报,2021,42 (11):58-64,79.

Chai S, Yao L, Xu L, *et al.* Research on greenhouse agricultural machinery path tracking based on dynamic look ahead distance pure pursuit model[J]. Journal of Chinese Agricultural Mechanization, 2021, 42(11):58–64, 79.

- [17] 赵熙俊,陈慧岩.智能车辆路径跟踪横向控制方法的研究
 [J].汽车工程,2011,33(5):382-387.
 Zhao J, Chen H. A study on lateral control method for the path tracking of intelligent vehicles[J]. Automotive Engineering, 2011,33(5):382-387.
- [18] 范明磊. 半挂牵引车动力学与轨迹跟踪控制方法研究[D]. 大连:大连理工大学,2019.

Fan M. Dynamic model and trajectory tracking control method for tractor-semitrailer vehicles[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2019.

[19] 李克强,罗禹贡,陈慧.先进电动汽车状态估计与辨识[M]. 北京:机械工业出版社,2019.

Li K, Luo Y, Chen H. State estimation and identification of advanced electric vehicles[M]. Beijing: China Machine Press, 2019.

> 收稿日期:2022-04-07 修改稿日期:2022-04-11