弹性伺服系统高阻尼位置控制

万江坤[1],孙延超[1],宋鹏宇[1],牛泽农[2],黄文新[2]
(1.中国航天科工南京晨光集团,江苏 南京 210006;
2.南京航空航天大学 自动化学院,江苏 南京 211106)

摘要:针对传统三环控制应用于弹性伺服系统存在的到位抖动和拖尾现象,建立了双惯量系统数学模型,详细分析传统结构导致位置闭环阻尼低的原因。提出调整速度环结构并结合谐振比控制的方法保证速度闭环系统的高阻尼;采用等实部配置、零极点对消和多项式法对三环参数进行设计,实现高阻尼位置闭环特性。仿真结果表明,所提高阻尼位置控制能很好抑制到位抖动,位置跟踪平滑,拖尾现象相比于传统P-PI控制得到显著改善。

关键词:双惯量系统;位置控制;谐振比控制;控制器参数设计
中图分类号:TM351 **文献标识码**:A **DOI**:10.19457/j.1001-2095.dqcd25222

High-damping Position Control in Elasticity Servo System

WAN Jiangkun[1],SUN Yanchao[1],SONG Pengyu[1],NIU Zenong[2],HUANG Wenxin[2]
(1.*China Aerospace Science and Industry Nanjing Chenguang Group*,*Nanjing* 210006,*Jiangsu*,*China*;
2.*College of Automation Engineering*,*Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*,
Nanjing 211106,*Jiangsu*,*China*)

Abstract: The traditional three-loop position control applied in the servo system with elasticity causes residual vibration around the objected position and has long trailing time. To address this issue, a mathematical model of the two-inertia system was established, and the causes of low-damping of the traditional position closed-loop structure were analyzed in detail. It was proposed to modify the speed loop structure combined with resonance-ratio control to guarantee the high-damping of the closed-loop system. The controller parameters were designed by use of the equal real part design, zero-pole elimination and polynomial method to achieve the high-damping characteristics. Simulation results show that the proposed high-damping position control can well suppress the fluctuation, achieve smooth position tracking, significantly reduce the trailing phenomenon compared with traditional P-PI method.

Key words: two-inertia system; position control; resonance-ratio control; controller parameters design

在工业伺服、航空航天作动器等需要大力矩输出的运动控制系统中,通常采用材质更轻、能降低自重比的材料。这些机构在被施加力时会产生较大的形变,导致负载呈柔性特征。传统P-PI控制应用于柔性负载,在截止频率接近反谐振频率时在负载末端产生残留振荡,导致控制效果无法满足需求[1-2]。

到位抖动抑制可分为主动抑制和被动抑制。被动抑制采用陷波器法和输入整形法,旨在对位置指令进行处理,消除指令中能激发系统谐振的频带,从而实现快速、稳定的位置跟踪效果[3-4]。但仅对位置指令处理并不能改善闭环系统的抗扰能力,且机械特性改变会恶化被动抑制的效果。主动抑制通过改变环路结构,在即将到位时调整增益以降低谐振的影响[5],或对负载准确建模,进而实现高性能的控制[6-7]。文献[8]着重分析了弹性负载限制传统PI控制带宽和阻尼的原因,文中指出速度闭环系统能达到的阻尼跟惯量比有关,低惯量比导致更小的闭环阻尼。而结合扰动观测器的谐振比控制通过等效调节电机侧惯

作者简介:万江坤(1986—),男,硕士,高级工程师,主要研究方向为伺服机构设计,Email:wanjiangkun@163.com
通讯作者:牛泽农(1993—),男,博士,主要研究方向为高性能伺服控制,Email:niuzenong@nuaa.edu.cn

量，改变了被控对象的等效惯量比，能提升速度闭环系统的阻尼[9-10]。文献[11-13]在传统PID控制基础上研究了高阻尼速度闭环控制参数设计方法，提高了速度控制的稳定性。基于双惯量观测器的状态反馈控制也可用于保证稳定性和实现更好的动态响应[14-15]。但以上所提方法更多关注于速度闭环阻尼的改善，很少提及位置控制的改善以及参数设计方法。低惯量比导致速度闭环阻尼低，进而引发位置到位抖动；高惯量比虽能实现较好的速度闭环阻尼，但会降低控制带宽，传统PI结构引入的零点对位置控制影响大，同样容易引发到位抖动。

本文在传统三环控制的基础上，结合谐振比控制提高了速度闭环阻尼，通过改变速度环结构进一步优化了闭环零点。提出的高阻尼位置控制参数设计方法，可以显著降低到位抖动，改善拖尾现象。所实现的控制性能在不同惯量比下具有良好的一致性。

1　双惯量系统模型

在电气传动中广泛应用的由柔性联轴器连接两个惯量的系统如图1所示。

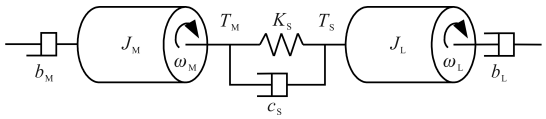


图1　典型双惯量系统示意图

Fig.1　Diagram of the typical two-inertia system

双惯量模型表达式如下式所示：

$$\begin{cases} J_M\dot{\omega}_M = T_M - T_S - b_M\omega_M \\ J_L\dot{\omega}_L = T_S - b_L\omega_L \\ T_S = K_S\int(\omega_M - \omega_L) + c_S(\omega_M - \omega_L) \end{cases} \tag{1}$$

式中：ω_M，ω_L分别为电机侧和负载侧角速度；T_M为电磁转矩；T_S为轴力矩；J_M为电机侧惯量：J_L为负载侧惯量；K_S，c_S分别为轴刚度和阻尼；b_M，b_L分别为电机侧和负载侧黏滞摩擦。

通常来说c_S，b_M和b_L在控制器设计时可以被忽略。

电机侧和负载侧角度可表示为

$$\begin{cases} \theta_M = \int\omega_M \\ \theta_L = \int\omega_L \end{cases} \tag{2}$$

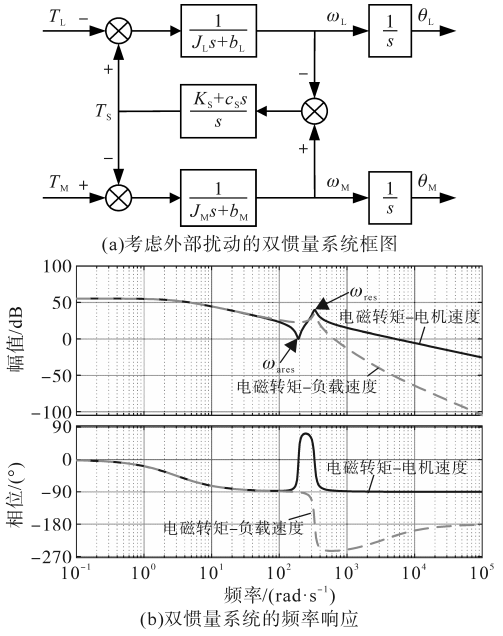
惯量比R、反谐振频率ω_{ares}和谐振频率ω_{res}可由下式计算：

$$\begin{cases} R = \dfrac{J_L}{J_M} \\ \omega_{ares} = \sqrt{\dfrac{K_S}{J_L}} \\ \omega_{res} = \sqrt{1+R}\,\omega_{ares} \end{cases} \tag{3}$$

电磁转矩T_M和电机速度ω_M对应的开环传递函数为

$$G_M(s) = \frac{s^2 + \omega_{ares}^2}{J_M s(s^2 + \omega_{res}^2)} \tag{4}$$

图2a为考虑负载扰动的双惯量系统框图，T_L为滑台所受外力折算到电机侧的扰动。图2b给出双惯量系统的频响特性，黑色实线中凹陷和凸起部分为反谐振频率和谐振频率。谐振频率恶化闭环系统稳定性，而反谐振频率限制闭环系统的带宽。灰色虚线为电磁转矩与负载速度的频响特性，其只包含谐振特性。



(a)考虑外部扰动的双惯量系统框图

(b)双惯量系统的频率响应

图2　双惯量系统框图和频响特性

Fig.2　Block diagram and frequency response of the two-inertia system

2　闭环系统阻尼限制

传统P-PI控制结构如图3所示，k_{pp}和k_p分别为位置和速度环比例系数，k_i为速度环积分系数。

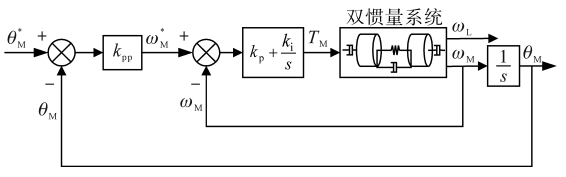


图3　传统P-PI控制结构

Fig.3　The traditional P-PI control structure

由于阻尼振荡直接发生在速度环中,可基于速度环分析反谐振频率对带宽的影响[8]。

速度闭环传递函数如下:

$$G_\omega(s)=\frac{\omega_M}{\omega_M^*}=\frac{[k_p s^3+k_i s^2+\omega_{ares}^2(k_p s+k_i)]/J_M}{s^4+\frac{k_p}{J_M}s^3+(\omega_{res}^2+\frac{k_i}{J_M})s^2+\frac{\omega_{ares}^2}{J_M}(k_p s+k_i)} \tag{5}$$

将式(5)的闭环极点设计为

$$Den(s)=(s^2+2\xi_1\omega_1 s+\omega_1^2)(s^2+2\xi_2\omega_2 s+\omega_2^2) \tag{6}$$

式中:$\xi_{1,2}$,$\omega_{1,2}$分别为设计的阻尼和自然频率。结合式(5)和式(6)可推导出闭环系统受如下4个条件的限制:

$$\begin{cases} k_p=2J_M(\xi_1\omega_1+\xi_2\omega_2) \\ k_i=J_M\omega_1^2\cdot\omega_2^2/\omega_{ares}^2 \\ \dfrac{\omega_1^2\omega_2^2}{\omega_{ares}^2}+\omega_{ares}^2(R+1)=\omega_1^2+\omega_2^2+4\xi_1\xi_2\omega_1\omega_2 \\ \xi_1\omega_1(\omega_2^2-\omega_{ares}^2)=\xi_2\omega_2(\omega_{ares}^2-\omega_1^2) \end{cases} \tag{7}$$

由第4个条件可知,自然频率$\omega_{1,2}$满足如下不等式:

$$\begin{cases} \min(\omega_1,\omega_2)<\omega_{ares} \\ \max(\omega_1,\omega_2)>\omega_{ares} \end{cases} \tag{8}$$

闭环系统主导极点无法突破ω_{ares}的限制,而阻尼$\xi_{1,2}$能达到的极限也跟惯量比有关。当按等自然频率$\omega_1=\omega_2=\omega_{ares}$配置,代入式(7)可得阻尼满足:

$$\xi_1\xi_2=R/4 \tag{9}$$

当按等阻尼ξ_1=ξ_2配置,可得:

$$\begin{cases} (\dfrac{\omega_{ares}}{\omega_1}-\dfrac{\omega_1}{\omega_{ares}})^2=R-4\xi_1^2 \\ \omega_1\omega_2=\omega_{ares}^2 \end{cases} \tag{10}$$

进一步推导得到阻尼满足:

$$\xi_1=\xi_2\leqslant\sqrt{R}/2 \tag{11}$$

当按等实部$\omega_1\xi_1=\omega_2\xi_2$配置可得:

$$\begin{cases} \dfrac{\omega_1^4}{\omega_{ares}^4}+\dfrac{2\omega_1^2(2\xi_1^2-1)}{\omega_{ares}^2\omega_1^4}=R-1 \\ \omega_1^2+\omega_2^2=2\omega_{ares}^2 \end{cases} \tag{12}$$

求解式(12)可得自然频率$\omega_{1,2}$为

$$\begin{cases} \omega_1=\omega_{ares}\sqrt{1-2\xi_1^2+\sqrt{4\xi_1^4-4\xi_1^2+R}} \\ \omega_2=\omega_{ares}\sqrt{1+2\xi_1^2-\sqrt{4\xi_1^4-4\xi_1^2+R}} \end{cases} \tag{13}$$

假设$\omega_1\leqslant\omega_{ares}\leqslant\omega_2$且1<$R$<4,根据式(12)和式(13)求解可得:

$$\begin{cases} \xi_1\geqslant\sqrt{R}/2 & 1<R<4 \\ \xi_1\leqslant\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{1-R}}{2}} & R<1 \end{cases} \tag{14}$$

显然,不论哪种参数设计方法都只在较高惯量比时能获得不错的阻尼;而对于惯量比小于1的情况,闭环系统阻尼都无法满足要求,这导致位置闭环会有较大的超调和振动。另一方面,高惯量比实现高阻尼只针对特征多项式,根据式(5)可知,PI结构引入的零点依然会为位置闭环带来超调和振动,需进一步优化。

3　高阻尼位置控制设计

为提高位置闭环阻尼,优化位置跟踪特性,所提控制结构如图4所示。观测器反馈轴矩用于调整系统惯量比,提升阻尼。k_a用于调整速度闭环零点,保证良好的超调性能。

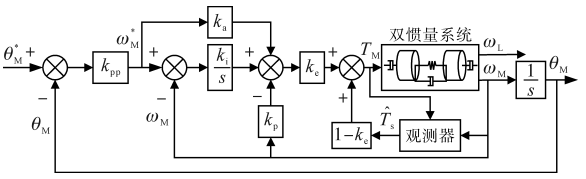


图4　提出的高阻尼位置控制框图

Fig.4　Proposed high-damping position control block diagram

根据式(14),设计k_e将系统惯量比调整为2即可实现最小0.707的阻尼[9-10]。将R=2代入式(13)可得自然频率为

$$\omega_1=\omega_2=\omega_{ares} \tag{15}$$

则速度闭环传递函数为

$$G_\omega(s)=\frac{\omega_M}{\omega_M^*}=\frac{k_a(s^2+\omega_{ares}^2)(s+k_i/k_a)}{J_M(s^2+1.4\omega_{ares}s+\omega_{ares}^2)^2} \tag{16}$$

为保证较好的动态性能,设计k_a近似对消一个极点:

$$k_a=k_i/\omega_{ares} \tag{17}$$

另一方面,考虑负载侧位置与电机侧位置关系为

$$\frac{\theta_L}{\theta_M}=\frac{\omega_{ares}^2}{s^2+\omega_{ares}^2} \tag{18}$$

可推导出位置闭环传递函数为

$$G_\theta(s)=\frac{\theta_L}{\theta_M^*}=\frac{B(s)}{A(s)} \tag{19}$$

其中

$$B(s)=\frac{k_{pp}k_a\omega_{ares}^2}{J_M}(s+\frac{k_i}{k_a})$$

$$A(s)=s(s^2+1.4\omega_{ares}s+\omega_{ares}^2)^2+\frac{k_{pp}k_a}{J_M}(s^2+\omega_{ares}^2)(s+\frac{k_i}{k_a})$$

将分母多项式$A(s)$展开，各项系数如表1所示。

表1　分母多项式系数

Tab.1　Denominator polynomial coefficient

微分算子	系数
s^5	J_M
s^4	$2.8J_M\omega_{ares}$
s^3	$4J_M\omega_{ares}^2+k_ak_{pp}$
s^2	$J_M\omega_{ares}^2(2.8\omega_{ares}+k_{pp})$
s	$\omega_{ares}^2(J_M\omega_{ares}^2+k_ak_{pp})$
1	$J_Mk_{pp}\omega_{ares}^4$

正系数的赫尔维茨多项式可定义为

$$P(s)=a_ns^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0 \quad (20)$$

相应的特征率γ可表示为

$$\begin{cases}\gamma_1=\dfrac{a_1^2}{a_0a_2}\\ \gamma_2=\dfrac{a_2^2}{a_1a_3}\\ \vdots\\ \gamma_n=\dfrac{a_{n-1}^2}{a_{n-2}a_n}\end{cases} \quad (21)$$

根据多项式法[13]，如果所有的特征率满足$\gamma>2$，闭环系统能实现较好的阻尼特性。其中低阶的多项式系数对闭环特性起决定性作用，取如下特征率：

$$\gamma_1=\frac{(J_M\omega_{ares}^2+k_ak_{pp})^2}{J_M^2k_{pp}\omega_{ares}^2(2.8\omega_{ares}+k_{pp})} \quad (22)$$

将式(17)代入式(22)，设计k_{pp}以满足$\gamma_1=2$可得：

$$k_{pp}=0.26\omega_{ares} \quad (23)$$

图5为按式(17)和式(23)配置的位置闭环传递函数伯德图。可以看出，按式(23)计算的位置环能平衡动态和阻尼效果，增大或减小k_{pp}存在欠阻尼和过阻尼的现象。

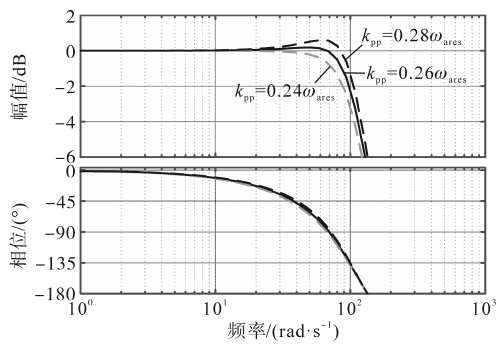


图5　所提高阻尼位置控制闭环伯德图

Fig.5　Bode diagram of the proposed high-damping position control

4　仿真验证

为验证所提高阻尼闭环位置控制算法，在Matlab/Simulink中建立双惯量系统控制仿真模型，仿真参数如下：电机功率750 W，额定转矩2.39 N·m，电机侧惯量2.2×10^{-4} kg·m^2，负载侧惯量2.2×10^{-4}或11×10^{-4} kg·m^2，刚度14 N·m/rad。控制算法迭代频率10 kHz，仿真从位置响应和抗负载扰动方面与传统P-PI控制策略对比。

传统P-PI控制通常基于单惯量系统设计，速度环参数设计方法如下：

$$\begin{cases}k_p=(J_M+J_L)\omega_{sc}\\ k_i=\dfrac{k_p\omega_{sc}}{5}\end{cases} \quad (24)$$

位置和速度环带宽设计为$k_{pp}=0.4\omega_{ares}$且$\omega_{sc}=\omega_1=\omega_{ares}$方便对比。图6为惯量比等于0.5时，两种方法的位置响应和速度响应波形。图6a表明传统P-PI控制器到位抖动大且拖尾现象严重。高阻尼控制虽然存在一定超调，但没有位置抖动现象且稳定时间更短。在0.3 s加入1 N·m的负载阶跃，高阻尼控制相比于P-PI控制有稍大的位置跌落，但恢复时间基本一致，而且恢复过程平滑无抖动。从图6b的速度波形也可以看出高阻尼控制速度波形更加平稳，超调小且无振荡。

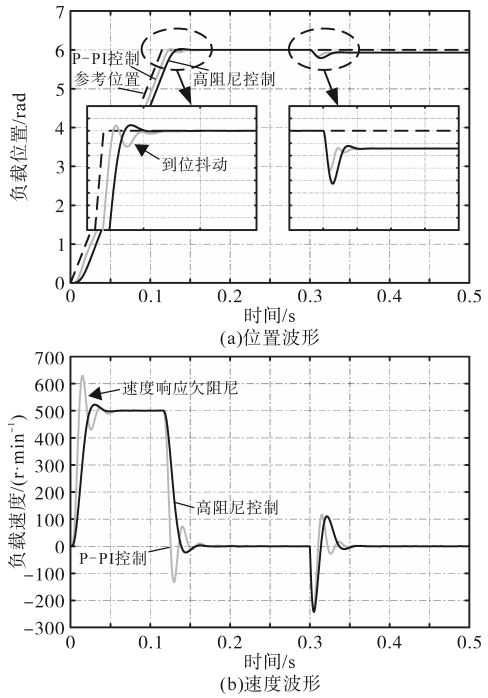


图6　惯量比为0.5时的位置斜坡响应

Fig.6　Position slope response under the inertia ratio equal to 0.5

图7将惯量比调整为5验证所提算法的一致

性。从图7a可以看出高阻尼控制能更快地稳定在参考位置附近。但P-PI控制在到位后抖动明显,3个振动周期后才平稳。从图7b可以看出传统P-PI控制速度振动大,位置跟随不稳定,而高阻尼控制的速度波形依然平稳,因此所提方法受惯量比的影响较小,各惯量比条件下均能保证相似的控制性能。

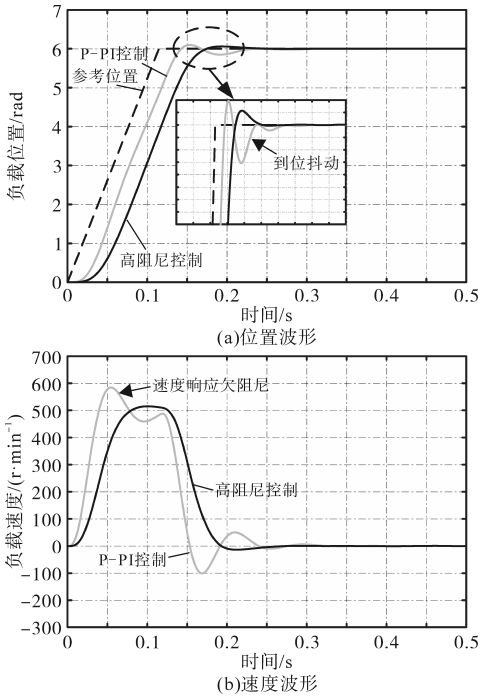


图7　惯量比为5时的位置斜坡响应

Fig.7　Position slope response under the inertia ratio equal to 5

在图7的基础上减小位置增益k_{pp}=0.3ω_{ares},结果如图8所示。可以看出更小的k_{pp}抑制了振动,但趋近参考位置的过程依旧不平滑,时间长,速度波动依然存在。传统P-PI控制的零点被增益k_p和k_i约束是导致控制效果不好的原因。相反,高阻尼控制通过零极点对消法调整了闭环零点,到位趋近过程和速度响应主要受特征多项式的影响,阻尼性能更优。

受间隙影响下,两种方法的控制性能对比如图9所示。其中电机和负载侧摩擦为0.04 N·m和0.02 N·m,间隙为0.02 rad。图9a表明传统P-PI控制受间隙影响明显,到位抖动相比图6有所恶化,稳定时间更长。但所提高阻尼控制在间隙的作用下依然保持较好的阻尼特性,到位平稳,稳定迅速。0.3 s加载条件下,由于间隙被外部力强制消除,加载特性变化不明显。如图9b所示,间隙的存在使P-PI控制的速度响应经历多个振动周期后才平稳,振动幅值较大。但高阻尼控制

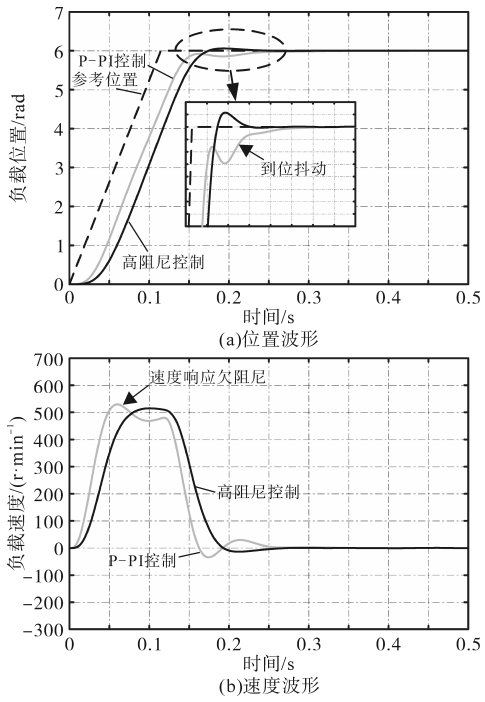


图8　惯量比为5时,减小k_{pp}的位置斜坡响应

Fig.8　Position slope response with a smaller k_{pp} under the inertia ratio equal to 5

速度平稳特性始终保持不变,因此所提方法受间隙影响较小,适应性更好。

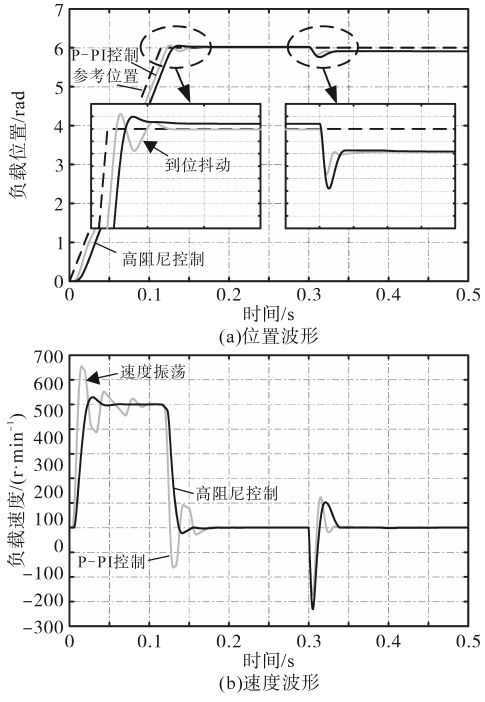


图9　惯量比为0.5时,受间隙影响下的位置斜坡响应

Fig.9　Position slope response with backlash disturbance under the inertia ratio equal to 0.5

5　结论

传统P-PI控制应用于弹性伺服系统,速度超

调振动显著且到位后存在抖动的现象。为提高位置控制的阻尼，速度环采用谐振比控制，并改进其控制结构。同时，本文给出实现高阻尼的控制器参数设计方法，保证各个惯量比条件下控制性能的一致性。仿真结果表明，该方法相比于传统P-PI控制无到位抖动现象，速度平稳且拖尾时间更短，实现的控制效果对惯量比变化不敏感。因此，所提方法是有效的，具有很好的工业应用价值。

参考文献

[1] 杨明，龙江，唐思宇，等. 永磁交流伺服系统定位末端抖动抑制[J]. 电机与控制学报，2015，19(6)：102-108.
YANG Ming, LONG Jiang, TANG Siyu, et al. Suppression of positioning vibration for PMSM servo system[J]. Electric Machines and Control, 2015, 19(6): 102-108.

[2] RUDERMAN M, IWASAKI M, CHEN W H. Motion-control techniques of today and tomorrow: a review and discussion of the challenges of controlled motion[J]. IEEE Industrial Electronics Magazine, 2020, 14(1): 41-55.

[3] 李鹏辉，沈汉林，罗欣，等. 伺服驱动中末端抖动的抑制[J]. 工业控制计算机，2018，31(5)：58-60.
LI Penghui, SHEN Hanlin, LUO Xin, et al. Residual vibration reduction in servo system[J]. Industrial Control Computer, 2018, 31(5): 58-60.

[4] 王闻宇，徐金榜，沈安文. 工业伺服系统高阻尼谐振检测与抑制[J]. 微电机，2012，45(11)：23-26.
WANG Wenyu, XU Jinbang, SHEN Anwen. Detection and reduction of high damping resonance for industrial servo[J]. Micromotors, 2012, 45(11): 23-26.

[5] 符慧，左月飞，刘闯，等. 永磁同步电机转速环的一种变结构PI控制器[J]. 电工技术学报，2015，30(12)：237-242.
FU Hui, ZUO Yuefei, LIU Chuang, et al. A variable structure PI controller for permanent magnetic synchronous motor speed-regulation system[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(12): 237-242.

[6] 郎志，杨明，徐殿国. 双惯量弹性系统负载扰动观测器设计研究[J]. 电工技术学报，2016，31(S2)：84-91.
LANG Zhi, YANG Ming, XU Dianguo. Mechanical resonance suppression and disturbance rejection of two-mass system based on state-feedback observer[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(S2): 84-91.

[7] 丁有爽，肖曦. 伺服系统柔性负载建模方法研究[J]. 中国电机工程学报，2016，36(3)：818-827.
DING Youshuang, XIAO Xi. Mathematical modeling of flexible load in servo system[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(3): 818-827.

[8] ZHANG G, FURUSHO J. Speed control of two-inertia system by PI/PID control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000, 47(3): 603-609.

[9] 黄梁松，曲道奎，徐方，等. 基于可调惯量比的伺服系统低频谐振控制[J]. 电气传动，2010，40(7)：61-65.
HUANG Liangsong, QU Daokui, XU Fang, et al. Servo control strategy for low-frequency resonance suppression base on adjustable inertia ratio[J]. Electric Drive, 2010, 40(7): 61-65.

[10] HORI Y, SAWADA H. Slow resonance ratio control for vibration suppression and disturbance rejection in torsional system [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1999, 46(1): 162-168.

[11] MUSZYNSKI Roman, JAN Deskur. Damping of torsional vibrations in high-dynamic industrial drives[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010, 57(2): 544-552.

[12] O'SULLIVAN T M, BINGHAM C M, SCHOFIELD N S. Enhanced servo-control performance of dual-mass systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2007, 54(3): 1387-1399.

[13] MA C, CAO J, QIAO Y. Polynomial-method-based design of low-order controllers for two-mass systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(3): 969-978.

[14] SZABAT K, ORLOWSKA-KOWALSKA T. Vibration suppression in a two-mass drive system using PI speed controller and additional feedbacks—comparative study[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2007, 54(2): 1193-1206.

[15] SAARAKKALA S E, HINKKANEN M. State-space speed control of two-mass mechanical systems: analytical tuning and experimental evaluation[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2014, 50(5): 3428-3437.

收稿日期：2023-07-04
修改稿日期：2023-10-11