

基于扩展卡尔曼滤波器的MPC车辆 轨迹跟踪控制

霍婷婷¹,贾志龙¹,晏永²,张庆¹

(1.宁夏师范大学物理与电子信息工程学院,宁夏 固原 756000;

2.中北大学机电工程学院,山西 太原 030051)

摘要:为增强无人驾驶车辆在现实噪声环境干扰下的轨迹跟踪控制稳定性,基于模型预测控制(MPC)原理构建了一种车辆轨迹跟踪控制器,即结合扩展卡尔曼滤波算法的模型预测控制器(EKF-MPC)。首先构建了车辆动力学模型,并设计了轨迹跟踪控制器、目标函数以及与之相适应的相关约束条件,再通过MPC算法求解最优解,并在每个控制采样时刻,动态更新扩展卡尔曼状态估计器的相关增益矩阵,计算车辆在当前环境下的后验状态矩阵,以此有效抵消车辆非线性特性及状态测量噪声带来的不良影响。利用Matlab与CarSim软件构建仿真模型并进行联合仿真验证,仿真结果表明:相较于MPC控制器,EKF-MPC控制器在不同路段的安全性提升了2.3%,可行性提高了37.7%,稳定性得到显著提升,为车辆轨迹跟踪控制技术的发展提供了有力支持。

关键词:轨迹跟踪;扩展卡尔曼滤波;模型预测控制;CarSim软件

中图分类号:U461;TP273 **文献标识码:**A **DOI:**10.19457/j.1001-2095.dqed26531

MPC Vehicle Trajectory Tracking Control Based on Extended Kalman Filter

HUO Tingting¹, JIA Zhilong¹, YAN Yong², ZHANG Qing¹

(1.School of Physics and Electronic Information Engineering, Ningxia Normal University, Guyuan 756000,

Ningxia, China; 2.School of Mechanical and Electronic Engineering, North University of China,

Taiyuan 030051, Shanxi, China)

Abstract: To enhance the trajectory tracking control stability of driverless vehicles under real-world noise interference, a vehicle trajectory tracking controller based on model predictive control (MPC) integrated with the extended Kalman filter algorithm (EKF-MPC) was constructed. Firstly, a vehicle dynamics model was established, and the trajectory tracking controller, objective function, relevant constraint conditions were designed to address nonlinear vehicle characteristics and measurement noise. The MPC algorithm was applied to solve for the optimal control inputs at each sampling instant. Meanwhile, the extended Kalman state estimator dynamically updated its gain matrices to calculate the posterior state matrix, effectively counteracting the adverse effects of vehicle nonlinearity and state measurement noise. Joint simulation verification was conducted using Matlab and CarSim, and the results show that compared with the conventional MPC controller, the EKF-MPC controller improves safety by 2.3% and feasibility by 37.7% across different road sections. Its stability is significantly enhanced, these findings provide strong support for the development of vehicle trajectory tracking control technology.

Key words: trajectory tracking; extended Kalman filter (EKF); model predictive control (MPC); CarSim software

近年来,伴随城市化进程的持续推进以及科
技的日新月异,车辆轨迹跟踪控制技术已然迈向

日趋成熟的发展阶段。然而,在车辆实际行驶进
程中,由于轮胎与地面之间受力关系错综复杂,

基金项目:2024年宁夏回族自治区自然科学基金(2024AAC03317)

作者简介:霍婷婷(1985—),女,硕士,副教授,主要研究方向为控制理论与控制工程,Email:ting_sweet@163.com

加之地面状况千变万化,致使构建精准的车辆数学模型颇具难度。与此同时,车辆所搭载的各类传感器,其测量值与实际值之间不可避免地存在偏差。诸多因素相互交织,使得精准的轨迹跟踪控制长久以来一直是车辆领域研究的重点与难点所在,诸多学者围绕该问题展开了深入探索,相关研究成果广泛见诸文献。当下,车辆轨迹跟踪控制算法呈现出多样化态势,涵盖纯跟踪(PP)算法^[1]、PID控制^[2]、线性二次型调节器LQG控制器^[3]以及模型预测控制(MPC)算法^[4]等。其中,MPC算法由于时域预测、滚动优化、反馈校正等显著特性,被众多研究者使用,成为车辆轨迹跟踪控制领域的热门研究方向。

具体而言,文献[5]通过加入松弛因子得到新的能够适应变轨迹的MPC控制器。这一设计有效防止求解最优解出现无解时系统陷入僵局,确保计算能够持续顺利进行,为车辆轨迹跟踪控制的稳定性提供了有力保障。文献[6]提出一种基于NNPID反馈的模型预测轨迹跟踪控制方法。该方法通过神经网络(NN)PID控制器引入具有前瞻性的误差反馈机制,不仅显著提升了对不同轨迹曲线跟踪控制的自适应能力,更减小了横向稳态误差。文献[7]提出一种基于多策略鸚鵡算法优化MPC权重系数矩阵 Q 和 R 的车辆轨迹跟踪控制方法,解决了MPC算法在实际应用中权重系数矩阵 Q 和 R 选取困难问题。文献[8]提出了一种基于多目标优化和显式模型预测控制理论的轨迹跟踪控制策略。该策略考量跟踪精确性、横向稳定性、舒适性以及控制实时性,通过多维度的优化设计,确保车辆在行驶过程中能够兼顾各项性能指标,实现高品质的轨迹跟踪控制。文献[9]提出了一种基于事件触发机制的模型预测控制算法,降低输入控制量的变化频率,同步减少控制系统的通信频率,并解决了控制算法的计算量问题,为提升系统运行效率提供了可行方案。在智能车辆协同控制方面,文献[10]提出了一种基于改进粒子群优化(IPSO)的模型预测控制(MPC)方法。该方法深度融合改进粒子群优化算法与MPC,解决了智能车辆的局部规划与路径跟踪的协同控制难题,为智能车辆的自主行驶提供了坚实技术支撑。针对车辆在特殊路况下的行驶需求,文献[11]提出了一种基于非线性预测和沿轨迹线性化的模型预测控制算法。在预估阶段,该算法将非线性因素从在线优化计算中

剔除,极大地提高了车辆在较低附着系数路面上的路径跟踪能力,确保车辆在复杂路况下也能稳定行驶。此外,文献[12]提出一种应用于自主车辆的线性时变模型预测跟踪控制器设计方法。通过设计线性时变模型,显著增强自主车辆轨迹跟踪的实时性与精准度,为自动驾驶技术的发展提供理论依据。

根据现阶段的研究成果可知,尽管车辆轨迹跟踪控制领域已取得成果颇多,但现有研究在考量实际情况方面尚存不足。无人驾驶车辆通常配备大量传感器,加之其行驶工况复杂多变,整个系统时刻遭受测量噪声和过程噪声的双重干扰。而MPC算法的预测过程高度依赖系统反馈值,需不断依据反馈求解未来时刻的最优解,并将下一时刻最优解作为控制量持续滚动预测。由此可见,确保反馈状态量的准确性已然成为MPC算法成功应用的关键环节,关乎整个车辆轨迹跟踪控制系统的性能优劣。因此本文立足现有的研究基础,提出一种扩展卡尔曼滤波模型预测控制算法来解决车辆轨迹跟踪过程中测量与过程噪声带来的影响。具体而言,选取带噪声的车辆动力学模型作为MPC预测模型,充分发挥扩展卡尔曼法的优势,有机融合传感器测量值和理论值,估计最佳车辆反馈状态。同时,运用序列二次规划法对代价函数的最小值进行高效求解,全方位优化改进后的MPC算法,使其能够更加契合实际车辆模型的复杂特性,进而切实提高系统的控制精度和鲁棒性,为车辆轨迹跟踪控制技术的进一步发展提供全新的解决方案。

1 车辆动力学非线性模型

本文选用三自由度车辆单轨模型^[13]作为研究对象,如图1所示。其中, OXY 为大地坐标系, oxy 为车辆坐标系。

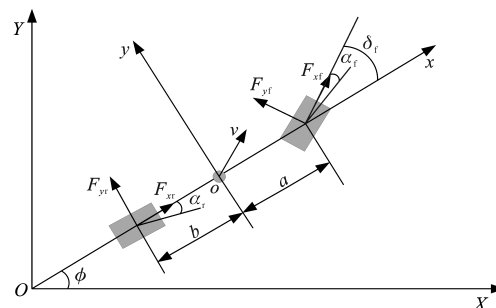


图1 车辆非线性动力学模型

Fig.1 Vehicle nonlinear dynamics model

根据牛顿第二定律,受力平衡方程为

$$\begin{cases} m\ddot{x} - m\dot{\phi} = 2F_{xf} + 2F_{xr} \\ m\ddot{y} - m\dot{\phi} = 2F_{yf} + 2F_{yr} \\ I_z\ddot{\phi} = 2aF_{yf} - 2bF_{yr} \end{cases} \quad (1)$$

车辆质心在惯性坐标系下表示为

$$\begin{cases} \dot{X} = \dot{x}\sin\phi + \dot{y}\cos\phi \\ \dot{Y} = \dot{x}\cos\phi - \dot{y}\sin\phi \end{cases} \quad (2)$$

式中: m 为整车质量; a, b 为车辆质心到前、后轴的距离; I_z 为车辆沿 Z 轴的转动惯量; F_{xf}, F_{xr} 为车辆在 x 方向受到的外力, f 表示前轮, r 表示后轮; F_{yf}, F_{yr} 为车辆在 y 方向受到的外力; \dot{x} 为横向速度; \dot{y} 为纵向速度; \ddot{x} 为横向加速度; \ddot{y} 为纵向加速度; ϕ 为车体横摆角; $\dot{\phi}$ 为车体横摆角速度; \dot{X}, \dot{Y} 分别为惯性坐标系下车辆在 X 轴和 Y 轴的速度。

由于前、后轴在 x, y 方向上所受的力无法直接获取,故进行轮胎力的转换操作,转换关系如下:

$$\begin{cases} F_{xi} = F_{li}\cos\delta_i - F_{ci}\sin\delta_i & i = f, r \\ F_{yi} = F_{li}\sin\delta_i + F_{ci}\cos\delta_i & i = f, r \end{cases} \quad (3)$$

式中: δ_f, δ_r 分别为前、后轮转角,所构建的模型中车辆后轮与行驶方向保持一致, $\delta_r = 0$; F_{fr}, F_{lr} 分别为前、后轮受到的纵向力; F_{cf}, F_{cr} 分别为前、后轮胎受到的侧向力。

为确保所构建的动力学模型能够切实应用于模型预测控制器的设计流程之中,在描述车辆运动状态的同时,应尽可能地对模型予以简化,以此降低控制器的计算负荷。在小角度假设条件下计算轮胎力时,三角函数可进行近似处理^[14]:

$$\begin{cases} \cos\theta \approx 1 \\ \sin\theta \approx \theta \\ \tan\theta \approx \theta \end{cases} \quad (4)$$

故简化后的轮胎侧偏角为

$$\begin{cases} \alpha_f = \frac{\dot{y} + a\dot{\phi}}{\dot{x}} - \delta_f \\ \alpha_r = \frac{\dot{y} - b\dot{\phi}}{\dot{x}} \end{cases} \quad (5)$$

进一步地,前、后轮受力的具体计算公式如下式:

$$\begin{cases} F_{cf} = C_{cf}(\delta_f - \frac{\dot{y} + a\dot{\phi}}{\dot{x}}) \\ F_{cr} = C_{cr}(\frac{b\dot{\phi} - \dot{y}}{\dot{x}}) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} F_{fr} = C_{lr}s_f \\ F_{lr} = C_{lr}s_r \end{cases} \quad (7)$$

式中: C_{cf}, C_{cr} 分别为前、后轮轮胎侧偏刚度; C_{lf}, C_{lr} 分别为前、后轮纵向刚度; s_f, s_r 分别为前、后轮滑移率。

根据上述分析,构建车辆非线性动力学方程如下:

$$\begin{cases} m\ddot{y} = -m\dot{x}\dot{\phi} + 2[C_{cf}(\frac{\dot{y} + a\dot{\phi}}{\dot{x}} - \delta_f) + C_{cr}\frac{\dot{y} - b\dot{\phi}}{\dot{x}}] \\ m\ddot{x} = -m\dot{y}\dot{\phi} + 2[C_{lf}s_f + C_{cf}(\frac{\dot{y} + a\dot{\phi}}{\dot{x}} - \delta_f)\delta_f + C_{lr}s_r] \\ I_z\ddot{\phi} = 2[aC_{cf}(\frac{\dot{y} + a\dot{\phi}}{\dot{x}} - \delta_f) - bC_{cr}\frac{\dot{y} - b\dot{\phi}}{\dot{x}}] \\ \dot{X} = \dot{x}\cos\phi - \dot{y}\sin\phi \\ \dot{Y} = \dot{x}\sin\phi + \dot{y}\cos\phi \end{cases} \quad (8)$$

在该系统架构内,定义如下变量:

$$\begin{aligned} Z &= [\dot{x} \ \dot{y} \ \phi \ \dot{\phi} \ X \ Y]^T \\ u &= \delta_f \\ C &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \eta &= [\phi \ Y]^T \end{aligned}$$

式中: Z 为状态量; u, C 为控制量; η 为输出量。

2 EKF-MPC 轨迹跟踪控制器

2.1 控制器组成

EKF-MPC 轨迹跟踪控制器由 MPC(模糊预测控制器)、EKF(扩展卡尔曼滤波)模块、CarSim 车辆模型三大部分组成,具体结构如图 2 所示。其中, MPC 控制器采用滚动优化方式,先离线计算性能指标矩阵与约束条件矩阵,随后在线对含有约束的二次规划问题进行求解,以此获取最优控制序列,并选取该序列中的第 1 项作为 CarSim 车辆模型的输入量。而 CarSim 车辆模型则依靠控制序列来实现跟踪控制,其以控制变量作为输入

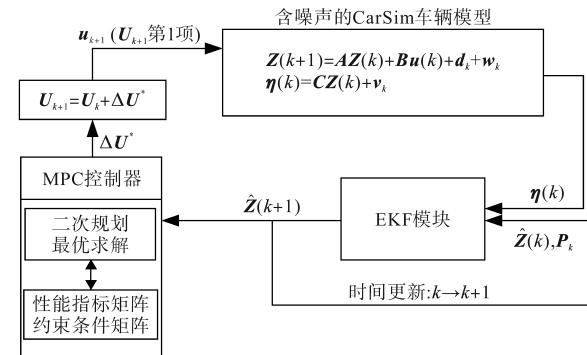


图 2 EKF-MPC 控制器结构图
Fig.2 EKF-MPC controller structure diagram

信号,在车辆行驶过程中,会将相应的状态变量传输至EKF模块。EKF模块则依据含有噪声的CarSim模型来对状态变量进行估计,它与MPC控制器并行运行,旨在实时估计系统的状态变量,并将其作为MPC控制器的反馈输入。通过这样的方式,能够有效减小系统测量噪声以及模型不确定性所带来的影响,进而提升整个控制系统的性能表现。

2.2 模型离散线性化

本文基于状态轨迹的线性化方法^[15-16]对模型进行采样离散化处理,得到:

$$\mathbf{Z}(k+1) = \mathbf{Z}(k) + T \cdot \mathbf{f}(\mathbf{Z}, \mathbf{u}) = \mathbf{F}(\mathbf{Z}, \mathbf{u}) \quad (9)$$

$$\mathbf{Z}_0(k+1) = \mathbf{F}(\mathbf{Z}_0, \mathbf{u}_0) \quad (10)$$

接着,将式(9)在工作点 $[\mathbf{Z}_0, \mathbf{u}_0]$ 处进行泰勒展开,并保留一阶项,进而得到:

$$\mathbf{Z}(k+1) = \mathbf{F}(\mathbf{Z}_0, \mathbf{u}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Z}} \right|_{\mathbf{z}=\mathbf{z}_0} (\mathbf{Z} - \mathbf{Z}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}=\mathbf{u}_0} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) \quad (11)$$

由式(9)~式(11)推导可得:

$$\mathbf{Z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{Z}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{d}_k \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Z}} \right|_{\mathbf{z}=\mathbf{z}_0}$$

$$\mathbf{B} = \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}=\mathbf{u}_0}$$

在工作点处, $\mathbf{d}_0 = \mathbf{Z}_0(k+1) - \mathbf{A}\mathbf{Z}_0 - \mathbf{B}\mathbf{u}_0$, 故以此类推得到 $\mathbf{d}_k = \mathbf{Z}_k(k+1) - \mathbf{A}\mathbf{Z}_k - \mathbf{B}\mathbf{u}_k$ 。

2.3 卡尔曼滤波器

假设系统测量噪声和过程噪声分别为 \mathbf{w}_k 和 \mathbf{v}_k , 二者均符合正态分布, 其期望值均为0, 协方差矩阵分别为 \mathbf{Q}_c 和 \mathbf{R}_c 。在此情况下, 实际系统的状态方程可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{Z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{Z}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{d}_k + \mathbf{w}_k \\ \quad \quad \quad = \mathbf{f}[\mathbf{Z}(k), \mathbf{u}(k), \mathbf{d}_k, \mathbf{w}_k] \\ \boldsymbol{\eta}(k) = \mathbf{C}\mathbf{Z}(k) + \mathbf{v}_k = \mathbf{h}[\mathbf{Z}(k), \mathbf{v}_k] \end{cases} \quad (13)$$

扩展卡尔曼滤波器在进行状态估计时分为两大步骤^[17-18], 即时间更新和测量更新, 具体算法如下:

1) 时间更新步骤如下:

① 计算先验状态估计:

$$\hat{\mathbf{Z}}^-(k) = \mathbf{f}[\hat{\mathbf{Z}}^-(k-1), \mathbf{u}(k-1), 0] \quad (14)$$

② 计算雅可比矩阵:

$$\mathbf{A}_k = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{Z}} [\hat{\mathbf{Z}}^-(k-1), \mathbf{u}(k-1), 0] \quad (15)$$

$$\mathbf{W}_k = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{w}} [\hat{\mathbf{Z}}^-(k-1), \mathbf{u}(k-1), 0] \quad (16)$$

$$\mathbf{V}_k = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{v}} [\hat{\mathbf{Z}}^-(k), 0] \quad (17)$$

$$\mathbf{H}_k = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{Z}} [\hat{\mathbf{Z}}^-(k), 0] \quad (18)$$

③ 计算先验状态估计误差协方差矩阵:

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k^T + \mathbf{W}_k \mathbf{Q}_c \mathbf{W}_k^T \quad (19)$$

2) 测量更新步骤如下:

① 计算卡尔曼增益:

$$\mathbf{K}_k = \frac{\mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T}{\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{V}_k \mathbf{R}_c \mathbf{V}_k^T} \quad (20)$$

② 计算后验状态估计:

$$\hat{\mathbf{Z}}(k) = \hat{\mathbf{Z}}^-(k) + \mathbf{K}_k \{ \boldsymbol{\eta}(k) - \mathbf{h}[\hat{\mathbf{Z}}^-(k), 0] \} \quad (21)$$

③ 更新后验状态估计误差协方差矩阵:

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad (22)$$

2.4 预测模型

假设新的状态向量为

$$\boldsymbol{\xi}(k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}(k) \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix} \quad (23)$$

则新的状态空间表达式为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}(k+1) &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}(k+1) \\ \mathbf{u}(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}\hat{\mathbf{Z}}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{d}_k \\ \mathbf{u}(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}\hat{\mathbf{Z}}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}\mathbf{u}(k) - \mathbf{B}\mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{d}_k \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ 0 & \mathbf{I}_{N_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}(k) \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{I}_{N_u} \end{bmatrix} [\mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1)] + \begin{bmatrix} \mathbf{d}_k \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \tilde{\mathbf{A}}\boldsymbol{\xi}(k) + \tilde{\mathbf{B}}\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{D}_k \end{aligned} \quad (24)$$

那么, 输出方程为

$$\boldsymbol{\eta}(k) = [\mathbf{I}_{N_x} \ 0] \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}(k) \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{C}}\boldsymbol{\xi}(k) \quad (25)$$

式中: \mathbf{I}_{N_u} 为 N 行 u 列的单位矩阵, N 为方阵 \mathbf{A} 的维数, u 为 $\mathbf{u}(k)$ 的行数; \mathbf{I}_{N_x} 为 N 行 x 列的单位矩阵, x 为 $\mathbf{Z}(k)$ 的行数。

假设模型预测时域为 N_p , 控制时域为 N_c , $N_p \geq N_c$, 式(25)的多步骤推导如下式:

$$\left\{ \begin{aligned} \xi(k+1) &= \tilde{A}\xi(k) + \tilde{B}\Delta u(k) + D_k \\ \xi(k+2) &= \tilde{A}\xi(k+1) + \tilde{B}\Delta u(k+1) + D_{k+1} \\ &= \tilde{A}^2\xi(k) + \tilde{A}\tilde{B}\Delta u(k) + \tilde{B}\Delta u(k+1) + \tilde{A}D_k + D_{k+1} \\ \xi(k+3) &= \tilde{A}\xi(k+2) + \tilde{B}\Delta u(k+2) + D_{k+2} \\ &= \tilde{A}^3\xi(k) + \tilde{A}^2\tilde{B}\Delta u(k) + \tilde{A}\tilde{B}\Delta u(k+1) + \tilde{A}^2D_k + \tilde{A}D_{k+1} + D_{k+2} \\ &\vdots \\ \xi(k+N_p) &= \tilde{A}^{N_p}\xi(k) + \tilde{A}^{N_p-1}\tilde{B}\Delta u(k) + \tilde{A}^{N_p-2}\tilde{B}\Delta u(k+1) + \dots + \tilde{A}^0\tilde{B}\Delta u(k+N_p-1) + \tilde{A}^{N_p-1}D_k + \dots + D_{k+N_p-1} \end{aligned} \right. \quad (26)$$

令

$$Y = \begin{bmatrix} C\xi(k+1) \\ C\xi(k+2) \\ \vdots \\ C\xi(k+N_c) \\ \vdots \\ C\xi(k+N_p) \end{bmatrix} \quad (27)$$

则有:

$$Y = \Psi\xi(k) + \Theta\Delta U(k) + G\Lambda(k) \quad (28)$$

其中

$$\Psi = \begin{bmatrix} C\tilde{A} \\ C\tilde{A}^2 \\ \vdots \\ C\tilde{A}^{N_c} \\ \vdots \\ C\tilde{A}^{N_p} \end{bmatrix}$$

$$\Delta U(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \Delta u(k+2) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1) \end{bmatrix}$$

$$\Lambda(k) = \begin{bmatrix} D_k \\ D_{k+1} \\ D_{k+2} \\ \vdots \\ D_{k+N_p-1} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C\tilde{A} & C & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C\tilde{A}^{N_p-1} & C\tilde{A}^{N_p-2} & C\tilde{A}^{N_p-3} & \dots & C\tilde{A}^0 \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} C\tilde{B} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C\tilde{A}\tilde{B} & C\tilde{B} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C\tilde{A}^{N_c-1}\tilde{B} & C\tilde{A}^{N_c-2}\tilde{B} & C\tilde{A}^{N_c-3}\tilde{B} & \dots & C\tilde{A}^0\tilde{B} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C\tilde{A}^{N_p-1}\tilde{B} & C\tilde{A}^{N_p-2}\tilde{B} & C\tilde{A}^{N_p-3}\tilde{B} & \dots & C\tilde{A}^{N_p-N_c}\tilde{B} \end{bmatrix}$$

2.5 代价函数

车辆横向控制的核心目标在于实时且准确地跟踪既定路径,同时确保车辆行驶的稳定性。为有效避免在代价函数求解过程中可能出现无解的状况,首先引入松弛因子 ε ^[19]。在本文的研究框架下,所选定的代价函数形式如下:

$$J = (Y - Y_{ref})^T Q (Y - Y_{ref}) + \Delta U^T R \Delta U + \varepsilon^T \rho \varepsilon \quad (29)$$

式中: Y_{ref} 为参考路径输入值; Q, R 为权重矩阵; ρ 为松弛因子权重系数。

考虑到车辆模型在实际运行环境中存在一定的局限性,系统的状态变量和输出量并非毫无限制,而是都受到具体的约束条件制约。因此,为了使所构建的控制模型更加贴合实际情况,确保系统运行的安全性和可靠性,需要添加如下条件约束:

$$\left\{ \begin{aligned} \begin{bmatrix} A_t & 0 \\ -A_t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \varepsilon \end{bmatrix} &\leq \begin{bmatrix} U_{max} - U_t \\ U_t - U_{min} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Delta U_{min} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \varepsilon \end{bmatrix} &\leq \begin{bmatrix} \Delta U_{max} \\ S \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Theta & 0 \\ -\Theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \varepsilon \end{bmatrix} &\leq \begin{bmatrix} Y_{max} - \Psi\xi - G\Lambda \\ \Psi\xi + G\Lambda - Y_{min} \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (30)$$

其中

$$A_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_t = \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-1) \end{bmatrix}$$

$$\Delta U = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1) \end{bmatrix}$$

基于上述所确定的代价函数和约束条件,在每一个控制周期内,都需要对相应的优化问题进行求解。在每个预测时域内,通过滚动求解的方式,最终得到控制时域内的最优输入增量序列 ΔU^* 。在获取该序列后,系统会依据序列中的第一个值,对车辆的下一状态进行预测,进而实现对车辆的实时控制和路径跟踪。这种基于滚动优化的求解策略,能够根据车辆实时的运行状态和环境变化,动态调整控制输入,从而有效提高车辆轨迹跟踪的准确性和稳定性。

3 仿真验证

为切实验证文中所提方法的有效性,并对所设计的轨迹跟踪控制器的性能展开全面评估,借助 Matlab/CarSim 联合仿真平台开展了一系列仿真实验。在实验过程中,将道路附着系数设定为1,车辆模型的主要参数为:汽车质量 $m = 1723 \text{ kg}$,重力加速度 $g = 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$,前轴距 $a = 1232 \text{ mm}$,后轴距 $b = 1468 \text{ mm}$,轴距 $L = 2700 \text{ mm}$,绕Z轴惯量 $I_z = 4175 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$,前轮侧偏刚度 $C_l = 66900 \text{ N}\cdot\text{rad}^{-1}$,后轮侧偏刚度 $C_r = 62700 \text{ N}\cdot\text{rad}^{-1}$,采样周期 $T = 0.05 \text{ s}$ 。

3.1 不同轨迹下不同车速仿真验证

为了测试EKF-MPC控制器的准确性以及稳定性,选择在上述3种参考轨迹(即直线、双移线、圆轨迹)下,分别针对不同速度工况开展仿真实验。在实验过程中,所选取的仿真速度分别为10 m/s,30 m/s和50 m/s,相应的仿真结果如图3~图5所示。

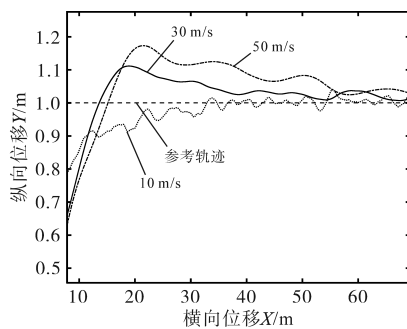


图3 直线上不同速度仿真效果对比图
Fig.3 Comparison of simulation effects at different speeds on a straight line

分析图3~图5的数据,在各车速的仿真曲线当中,能够明显看出,在直线轨迹中,车速越低,稳态误差也就越小。当车速为10 m/s时,所提控制器跟踪效果最佳,车辆的稳定性表现最好。在双移线轨迹中,路径曲率会影响跟踪精度,当车速为10 m/s时,大曲率路径的跟踪误差最小,车辆的平稳性表现更佳。在圆轨迹上行驶时,能够明显看出车速为30 m/s时,其跟踪轨迹最靠近参考轨迹,车辆轨迹跟踪效果最好。

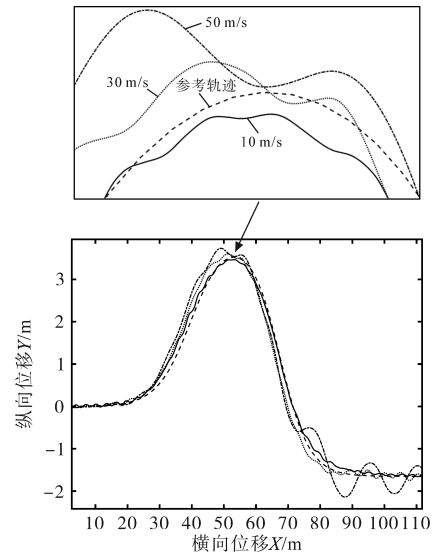


图4 双移线上不同速度仿真效果对比图
Fig.4 Comparison of simulation effects at different speeds on the double shift line

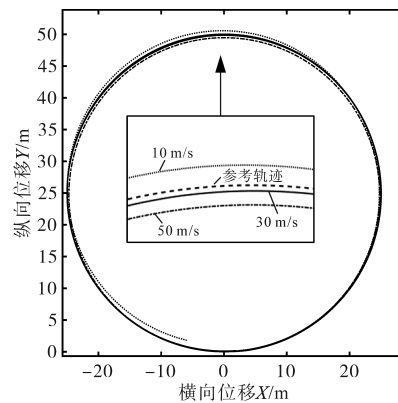


图5 圆上不同速度仿真效果对比图
Fig.5 Comparison of simulation effects at different speeds on the circle

3.2 控制器对比分析

为深入验证所提出的基于EKF的模型预测控制器的性能表现,特意分别针对直线轨迹(速度10 m/s)、双移线轨迹(速度10 m/s)、圆轨迹(速度30 m/s)路况进行模拟仿真。传统MPC控制器的核心参数配置如表1所示,EKF-MPC控制器在传统MPC架构基础上,扩展了状态估计模块,并

对输出权重矩阵、控制增量权重矩阵及过程和噪声协方差矩阵进行调整,如表2所示。

表1 MPC控制器参数

Tab.1 MPC controller parameters

MPC控制器参数	直线	双移线	圆
松弛因子 ρ	4 000	4 000	1 000
预测时域 N_p	40	20	30
控制时域 N_c	30	10	20
前轮转角约束 $l(^{\circ})$	[-0.209, 0.209]	[-0.304, 0.304]	[-0.115, 0.115]
横摆角约束 $l(^{\circ})$	[-0.3, 0.3]	[-0.5, 0.5]	—
纵向位移约束/m	[-5, 10]	[-15, 20]	—
前轮转角变化量约束 $l(^{\circ})$	[-0.207, 0.207]	[-0.1, 0.1]	[-0.012, 0.012]
输出权重矩阵 Q	$\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
控制增量权重矩阵 R	$0.5 \times I(30)$	$1 \times I(10)$	$10 \times I(20)$

在本次仿真验证中,选定参考轨迹测试路径长度分别设定为80 m,120 m,以及半径为20 m的圆形轨迹,以此为基础,对不同控制器在轨迹跟踪方面的安全性、稳定性以及可行性进行全面比较。仿真曲线如图6所示。

通过对图6a的观察分析可知,在直线路面上,基于EKF-MPC控制器所对应的轨迹跟踪反应时间显著缩短,而且稳态误差也得到了大幅度的削减。再看图6b,在双移线路面的直线行驶路段,两种控制器的表现相差不大,然而一旦进入拐弯行驶路段,EKF-MPC控制器所对应的跟踪路线明显更加平缓,且前轮转角偏差也相对较小。进一步观察图6c能够发现,在圆轨迹路线上,EKF-MPC控制器所跟踪的曲线与参考轨迹最为

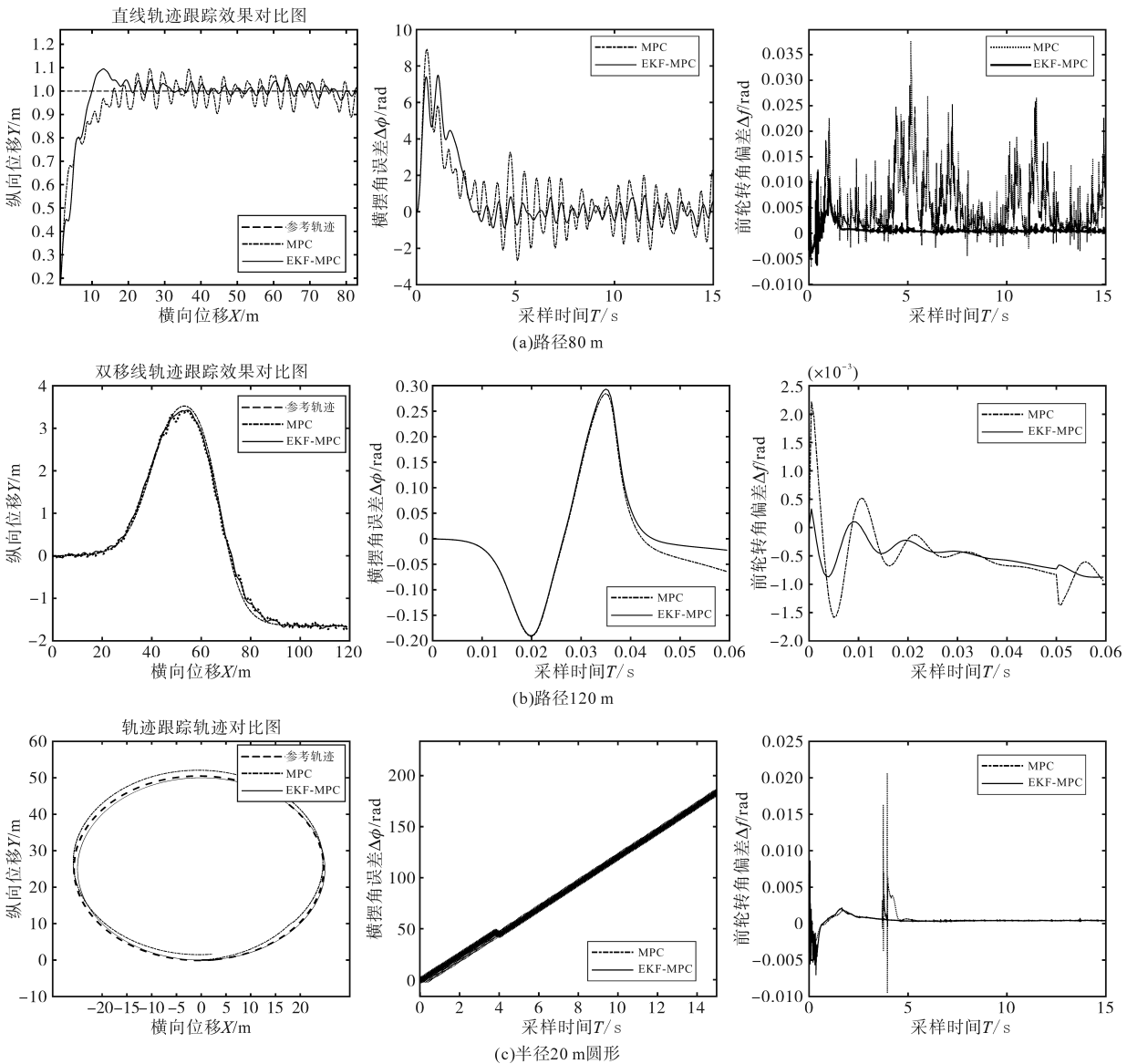


图6 不同参考轨迹仿真效果对比

Fig.6 Comparison of simulation effects of different reference trajectories

贴近,前轮转角偏差的超调也出现了大幅度的减小情况。综合上述各方面表现可以得出,在具备良好路面附着条件的情况下,EKF-MPC控制器展现出了颇为良好的轨迹跟踪效果。

为了更加量化地体现各控制器的性能差异,拟合10次样条曲线与图6中呈现的各曲线进行对比,并据此得到了对应的残差值,具体数据如表3所示。由表3中的数据进一步计算可得,在直线轨迹跟踪过程中,EKF-MPC控制器使得安全性提升了48.8%,稳定性提高了53.3%,可行性提高了81.7%。在双移线轨迹跟踪方面,尽管稳定性方面没有呈现出明显的改善效果,但安全性提高了16.5%,可行性提高了68%。而针对圆轨迹跟踪情况,安全性提高了2.3%,稳定性提高了3.7%,可行性提高了37.7%。

表2 EKF-MPC控制器参数

Tab.2 EKF-MPC controller parameters

EKF-MPC 控制器参数	直线	双移线	圆
输出权重矩阵 Q	$\begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
控制增量权重矩阵 R	$45 \times I(30)$	$1 \times I(10)$	$1 \times I(20)$
初始协方差矩阵	$200 \times x_0$	$20 \times x_0$	$20 \times x_0$
过程协方差矩阵	$6 \times I(6)$	$0.9 \times I(6)$	$0.1 \times I(6)$
噪声协方差矩阵	$\begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 500 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

表3 不同控制器跟踪残差值(RSS)

Tab.3 Tracking residuals of different controllers

性能指标	算法	直线轨迹	双移线轨迹	圆轨迹
跟踪误差/m	MPC	7.468	16.18	1 301
(安全性)	EKF-MPC	3.822	13.49	1 271
横摆角误差/(°)	MPC	194.8	0.213 4	327
(稳定性)	EKF-MPC	91.0	0.213 4	315
前轮转角偏差/(°)	MPC	0.735 4	0.003 803	0.112 50
(可行性)	EKF-MPC	0.134 4	0.001 216	0.070 04

4 结论

本文考量车辆动力学系统的非线性特征,以及测量与过程噪声所带来的影响,设计了EKF-MPC轨迹跟踪控制器。该控制器在每个控制周

期内,通过持续更新扩展卡尔曼增益矩阵以及控制状态变量,有效提升了对当前车辆行驶环境的适应性。为了验证这一设计的有效性,利用Matlab和CarSim软件联合搭建模型,并开展了仿真验证工作。仿真结果清晰地表明,在不同的参考轨迹和最佳仿真速度条件下,EKF-MPC控制器展现出了良好的跟踪精度和鲁棒性。本文的研究成果为车辆轨迹跟踪领域的进一步研究提供了具有一定价值的参考依据。

参考文献

- [1] ELBANHAWI M, SIMIC M, JAZAR R. Receding horizon lateral vehicle control for pure pursuit path tracking[J]. Journal of Vibration and Control, 2018, 24(3): 619-642.
- [2] MARINO Riccardo, SCALZI Stefano, NETTO Mariana. Nested PID steering control for lane keeping in autonomous vehicles[J]. Control Engineering Practice, 2011, 19(12): 1459-1467.
- [3] WANG Yixuan, CHEN Enli, LIU Pengfei, et al. A simplification of railway vehicle lateral vibration model based on LQG control strategy[J]. Australian Journal of Mechanical Engineering, 2018, 16(2): 147-161.
- [4] CHEN Huiyan, XIONG Guangming, GONG Jianwei. Intelligent vehicle theory and application[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2018.
- [5] ZHANG Liangxiu, WU Guangqiang, GUO Xiaoxiao. Linear time-varying model predictive path tracking control for autonomous vehicles[J]. Journal of Tongji University (Natural Science Edition), 2016, 44(10): 1595-1603.
- [6] 丁炳超,王立勇,苏清华. 基于自适应反馈的MPC车辆轨迹跟踪控制算法[J]. 传感器与微系统, 2024, 43(12): 150-154. DING Bingchao, WANG Liyong, SU Qinghua. MPC vehicle trajectory tracking and control algorithm based on adaptive feedback[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2024, 43(12): 150-154.
- [7] 李晓龙,黄鹤,杨澜. 多策略鹈鹕算法优化的车辆轨迹跟踪MPC控制器[J/OL]. 上海交通大学学报: (2024-11-13)[2025-03-25]. <https://doi.org/10.16183/j.cnki.jsjtu.2024.316>. LI Xiaolong, HUANG He, YANG Lan. Multi-strategy pelican algorithm optimized mpc controller for vehicle trajectory tracking[J/OL]. Journal of Shanghai Jiao Tong University: (2024-11-13) [2025-03-25]. <https://doi.org/10.16183/j.cnki.jsjtu.2024.316>.
- [8] 赵树恩,王盛,冷姚. 智能汽车轨迹跟踪多目标显式模型预测控制[J]. 汽车工程, 2024, 46(5): 784-794, 815. ZHAO Shuen, WANG Sheng, LENG Yao. Multi-objective explicit model predictive control for intelligent vehicle trajectory tracking[J]. Automotive Engineering, 2024, 46(5): 784-794, 815.
- [9] 冯立超,李哲,张春艳. 车辆轨迹跟踪的事件触发模型预测

- 控制算法[J]. 控制工程: (2024-03-13)[2025-03-25].<https://link.cnki.net/urlid/21.1476.TP.20240312.1719.003>.
- FENG Lichao, LI Zhe, ZHANG Chunyan. Event-triggered model predictive control algorithm for vehicle trajectory tracking[J]. Control Engineering: (2024-03-13)[2025-03-25].<https://link.cnki.net/urlid/21.1476.TP.20240312.1719.003>.
- [10] 丁志成,王甜甜. 粒子群优化算法在智能车辆轨迹跟踪的应用[J]. 机械设计与制造, 2024(4):296-302.
- DING Zhicheng, WANG Tiantian. Application of particle swarm optimization algorithm in intelligent vehicle trajectory tracking[J]. Mechanical Design and Manufacturing, 2024(4): 296-302.
- [11] 张睿,谢正超,赵晶. 基于非线性预测和沿轨迹线性化MPC的车辆路径跟踪控制方法[J]. 汽车技术, 2022(3):28-34.
- ZHANG Rui, XIE Zhengchao, ZHAO Jing. Vehicle path following control method based on MPC-NPLT[J]. Automobile Technology, 2022(3):28-34.
- [12] 庞辉,刘楠,刘敏豪. 基于线性时变模型预测控制的自主车辆轨迹跟踪控制器设计与验证[J]. 机械工程学报, 2022, 58(24):264-274.
- PANG Hui, LIU Nan, LIU Minhao. Design and validation of trajectory tracking controller for autonomous vehicle based on linear time-varying MPC method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(24):264-274.
- [13] 陈梓宁,童亮,李晓东. 自适应时域模型预测控制的轨迹跟踪控制[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2024, 38(5):78-85.
- CHEN Zining, TONG Liang, LI Xiaodong, et al. Research on trajectory tracking control of autonomous vehicle based on MPC with variable predictive horizon[J]. Journal of Chongqing University of Technology: Natural Science, 2024, 38(5): 78-85.
- [14] 欧健,马帅,韩先胜,等. 弯道车辆自适应巡航纵向跟踪控制[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2024, 38(6):63-72.
- OU Jian, MA Shuai, HAN Xiansheng, et al. Tracking control of lateral and longitudinal for adaptive cruise vehicles on curved roads[J]. Journal of Chongqing University of Technology: Natural Science, 2024, 38(6):63-72.
- [15] 马昊. 智能驾驶车辆轨迹跟踪控制方法研究[D]. 济南:山东交通学院, 2024.
- MA Hao. Research on trajectory tracking control methods for intelligent driving vehicles[D]. Jinan: Shandong Jiaotong University, 2024.
- [16] 张建伟,杨再欣,王云辉,等. 基于EKF参数辨识的矩阵变换器间接模型预测控制[J]. 电气传动, 2025, 55(1):18-24.
- ZHANG Jianwei, YANG Zaixin, WANG Yunhui, et al. Indirect model predictive control of matrix converter based on EKF parameter identification[J]. Electric Drive, 2025, 55(1):18-24.
- [17] 张传莹,徐国艳,陈志发. 基于EKF-GRU的车辆轨迹预测[J]. 中国安全科学学报, 2024, 34(6):164-172.
- ZHANG Chuanying, XU Guoyan, CHEN Zhifa. Vehicle trajectory prediction based on EKF-GRU[J]. China Safety Science Journal, 2024, 34(6):164-172.
- [18] 刘浩,魏立鑫,尤立春. Kalman滤波算法在海洋钻机中控制信号的优化[J]. 电气传动, 2023, 53(11):19-24, 30.
- LIU Hao, WEI Lixin, YOU Lichun. Optimization of control signal of Kalman filter algorithm in marine drilling rig[J]. Electric Drive, 2023, 53(11):19-24, 30.
- [19] 李学慧,苏振,张俊友. 多参数优化MPC的自动驾驶轨迹跟踪控制[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2024, 38(2):55-64.
- LI Xuehui, SU Zhen, ZHANG Junyou. Research on autonomous driving trajectory tracking control by multi-parameter optimization MPC[J]. Journal of Chongqing University of Technology: Natural Science, 2024, 38(2):55-64.

收稿日期:2025-03-25

修改稿日期:2025-04-20