

基于稀疏多项式混沌展开的配电网概率潮流计算方法

阿斯楞¹, 王鹏², 闫肖蒙³, 苗竹³, 侯金秀³, 赵嘉冬²

(1. 内蒙古电力(集团)有限责任公司, 内蒙古 呼和浩特 100020;

2. 内蒙古电力经济技术研究院, 内蒙古 呼和浩特 010010;

3. 电力规划设计总院, 北京 100120)

摘要:作为未来电力系统的重要特征,高比例可再生能源的接入显著增强了电力系统运行的不确定性,对系统潮流的影响日趋显著。概率潮流计算在确定性潮流计算的基础上,进一步考虑了不确定性因素的影响,有助于揭示系统在随机环境下的运行特征,为后续的经济运行、安全稳定分析和可靠性分析提供计算基础。考虑可再生能源出力以及负荷的波动性,并计及随机因素的相关性,提出了一种基于稀疏多项式混沌展开的方法,实现了对配电网中的随机变量进行建模及计算,并最终得到输出状态变量的概率分布。最后,对多个测试算例进行计算与分析,通过与蒙特卡洛方法与广义混沌多项式方法进行比较,并针对不同分布式电源渗透率场景对系统电压分布水平进行了分析,验证了所提方法的有效性、快速性与实用性。

关键词:概率潮流计算;稀疏多项式混沌展开;可再生能源;相关性

中图分类号:TM28 **文献标识码:**A **DOI:**10.19457/j.1001-2095.dqed26232

Sparse Polynomial Chaos Expansion Based Probabilistic Load Flow Calculation Method of Distribution Network

A Sileng¹, WANG Peng², YAN Xiaomeng³, MIAO Zhu³, HOU Jinxiu³, ZHAO Jiadong²

(1. Inner Mongolia Power (Group) Co., Ltd., Hohhot 100020, Nei Mongol, China;

2. Inner Mongolia Electric Power Economics and Technology Research Institute,

Hohhot 010010, Nei Mongol, China; 3. China Electric Power Planning and

Engineering Institute, Beijing 100120, China)

Abstract: As an important feature of the future power system, the penetration of a high proportion of renewable energy sources significantly enhances the uncertainty of power system operation. The probabilistic load flow calculation, compared with the conventional tidal current calculation, can fully consider the influence of uncertainty factors, better reveal the characteristics of the system, and provide a computational basis for economic operation, security and stability analysis, and reliability analysis in a stochastic environment. Considering the stochastic characteristic of renewable energy and electricity/gas/heat load, and the correlation of the above random factors, the method based on sparse polynomial chaos expansion was studied to model and calculate the random variables, and ultimately obtain the probability distribution of the output state variable. Finally, multiple test cases were calculated and analyzed, the effectiveness, rapidity, and practicality of the proposed methods were demonstrated by comparing with Monte Carlo and generalized polynomial chaos method, and the analysis of system voltage distribution levels was conducted for different scenarios of distributed energy resource penetration rates.

Key words: probabilistic load flow calculation; sparse polynomial chaos expansion (SPCE); renewable energy; correlation

随着可再生能源技术的快速发展,风机、光伏等新能源发电设备的大规模接入以及需求侧

用电负荷的波动为配电系统带来了高度的不确定性,运行状态愈发复杂^[1-2]。作为电力系统规划

作者简介:阿斯楞(1982—),男,硕士,高级工程师,主要研究方向为电力系统及其自动化-电网规划,Email:49710468@qq.com

和运行分析的基础,传统的确定性潮流计算已逐渐难以满足系统分析需求,如何充分考虑这些不确定性因素为配电系统带来的影响,成为了潮流计算分析亟需解决的问题^[3]。概率潮流计算在传统确定性潮流计算的基础上,充分考虑了各类随机要素,基于概率建模实现对不确定性的量化描述,建立系统的稳态运行下的宏观统计信息,从而为后续系统的优化调度与安全可靠运行提供分析基础^[4]。

目前的概率潮流计算方法中相关研究常用的计算方法可以分为模拟法、近似法、解析法以及代理模型法等。其中,模拟法以蒙特卡洛方法(Monte Carlo simulation, MCS)为典型代表,这一方法的特点在于具有较强的通用性和计算精度,但需要进行大量重复抽样计算,耗时较长,通常作为其他算法精度对比的标准。文献[5]在天然气-电力概率潮流计算模型中引入了热力学过程的偏微分方程并通过蒙特卡洛方法进行求解。近似法的代表方法为点估计法,这类方法相比于MCS提升了计算速度,但计算精度较低。文献[6]考虑了遵循任意概率分布的风速随机性,建立了基于点估计法的概率最优潮流计算方法。解析法的代表方法为半不变量法,这类方法的特点是计算方法简单且效率高,但其无法处理随机因素间的相关性,且需要对潮流方程进行线性化,因此计算精度不高。文献[7]考虑了风机和光伏的不确定性,采用半不变量法实现了配电网分布式电源规划问题的求解。

代理模型法的代表方法为广义多项式混沌方法(generalized polynomial chaos, gPC)^[8],这一方法由于其优良的计算效率及计算精度,在电力系统概率潮流领域获得了广泛的应用。gPC是一种侵入式方法,其核心思路在于将随机微分或代数方程中的输入变量通过多项式进行逼近,从而形成随机输出响应的代理模型,实现对问题的求解。文献[9]将gPC方法应用于电力系统概率潮流计算,实现了对电压等状态变量概率密度函数的求解。文献[10]在考虑可再生能源随机性的条件下实现了基于gPC方法的电力系统动态仿真。文献[11]针对gPC方法需要获取输入变量的准确概率密度函数这一问题,应用任意多项式混沌法实现了对电力系统概率潮流的求解。文献[12]应用gPC方法对电力系统的概率可用输电能力进行了评估,并通过实际算例对有效性进行了验证。

文献[13]将gPC方法应用于交直流混合系统的全纯嵌入潮流计算模型,实现了对交直流混合系统潮流概率特征的分析与计算。

但将gPC方法应用于概率潮流计算仍然存在多个方面的问题:1)这一方法较难处理随机变量间的相关性,会使得计算效率大幅降低;2)gPC方法采用多项式逼近随机变量,使得求解问题的维数随电力系统的规模成指数级增长,易遇到“维数灾问题”^[14]。

为解决这两方面的难题,本文采用基于非侵入式计算框架的稀疏混沌多项式展开(sparse polynomial chaos expansion, sPCE)方法^[15]对概率潮流计算问题进行求解。稀疏混沌多项式展开方法通过将高阶项以及对输出影响较小的项系数近似为0,实现了对问题的降维求解,可以有效地降低计算量,同时其非侵入式结构的特点决定了这一方法将通过多次采样实现代理模型的逼近,因此可以有效地应对随机变量间的相关性问题。

因此,本文提出了一种基于sPCE框架的配电网概率潮流计算方法,并进一步实现了基于贝叶斯压缩感知(Bayesian compress sensing, BCS)的稀疏多项式展开系数求解方法。通过测试算例的分析计算,将本文方法的计算结果与MCS和gPC方法进行对比,验证了所提方法的有效性和计算效率上的优势。

1 配电网确定性潮流计算

在配电网中,确定性潮流计算通常采用经典的交流潮流模型描述,由一组非线性方程描述系统中各节点的电压、功率以及相角之间的关系:

$$\begin{cases} P_m = U_m \sum_{n=1}^N U_n (G_{mn} \cos \theta_{mn} + B_{ij} \sin \theta_{mn}) \\ Q_m = U_m \sum_{n=1}^N U_n (G_{mn} \sin \theta_{mn} - B_{mn} \cos \theta_{mn}) \end{cases} \quad (1)$$

式中: P_m 为节点 m 的有功功率; Q_m 为节点 m 的无功功率; U_m, U_n 为节点 m, n 的电压幅值; θ_{mn} 为节点 m 与节点 n 的相位差; G_{mn} 为线路 mn 的电导; B_{mn} 为线路 mn 的电纳。

为提高确定性潮流计算的效率,本文采用增广改进节点方程实现对交流潮流的建模^[16],并采用牛顿-拉夫逊算法对这一模型进行求解,其雅克比矩阵 J 可以表示为如下形式:

$$\begin{bmatrix} Y_n & A_c & A_{IL} & A_{IG} \\ A_r & A_d & & \\ J_L & & J_{LI} & \\ J_{GPQ} & & & J_{GPQI} \\ J_{GPV} & & & J_{GPVI} \\ J_{GSL} & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_n \\ \Delta I_x \\ \Delta I_L \\ \Delta I_G \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} f_n \\ f_x \\ f_L \\ f_{GPQ} \\ f_{GPV} \\ f_{GSL} \end{bmatrix} \quad (2)$$

2 稀疏多项式混沌展开方法

2.1 正交多项式展开

对于一个随机方程 $y = f(\mathbf{x})$, 可将该函数关系视作一个黑箱系统, 计算各随机变量对应的正交多项式基底, 对黑箱系统进行多项式逼近, 建立其代理模型, 从而实现对随机非线性方程的近似求解, 这一过程被称为多项式混沌展开^[8], 如下式:

$$y = f(\mathbf{x}) \approx P(\mathbf{x}) = \sum_i a_i \Phi_i(\mathbf{x}) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ 为独立随机变量向量; $\Phi_i(\mathbf{x})$ 为多项式展开基函数; a_i 为对应基函数的待求展开系数; $f(\mathbf{x})$ 为原始模型; $P(\mathbf{x})$ 为代理模型。

$\Phi_i(\mathbf{x}) = [\Phi_{i1}(x_1), \Phi_{i2}(x_2), \dots, \Phi_{in}(x_n)]$ 作为多项式基函数, 具有正交性:

$$\begin{aligned} E[\Phi_i(\mathbf{x})\Phi_j(\mathbf{x})] &= \int \Phi_i(\mathbf{x})\Phi_j(\mathbf{x})\omega(\mathbf{x})d\mathbf{x} \\ &= \begin{cases} 0 & i \neq j \\ E[\Phi_i^2(\mathbf{x})] & i = j \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $E[\cdot]$ 为期望算子; $\omega(\mathbf{x})$ 为积分权函数。

为确保该正交性的成立, 一维随机变量的边缘概率密度函数 $\rho(x)$ 应当和该变量对应多项式基函数 $\Phi(x)$ 的积分权函数 $\omega(x)$ 具有相同的形式。这意味着我们需要根据一维随机变量的概率分布类型, 选择对应的正交多项式作为基函数, 以建立代理模型。这一对应关系也称为 Askey 正交多项式体系^[17], 常见的概率分布对应关系如表 1 所示。

表 1 Askey 正交多项式体系
Tab.1 Askey orthogonal polynomials

类型	随机变量	正交多项式
连续型	正态分布	Hermite 多项式
	均匀分布	Legendre 多项式
	Gamma 分布	Lagurre 多项式
	Beta 分布	Jacobi 多项式
离散型	泊松分布	Charlier 多项式
	二项分布	Krawtchouk 多项式
	负二项分布	Meixner 多项式
	超几何分布	Hahn 多项式

2.2 含多随机变量的基函数构建方法

当随机方程中包含的独立随机变量数量 $d \geq 2$ 时, 可采用上述方法构建出各独立随机变量对应的正交多项式系, 分别记为 $\{\phi_i^{(x_1)}(x_1)\}$, $\{\phi_i^{(x_2)}(x_2)\}, \dots, \{\phi_i^{(x_d)}(x_d)\}$, 则该情况下的最优基函数由下式获得:

$$\Phi_i(\mathbf{x}) = \phi_{i1}^{(x_1)}(x_1)\phi_{i2}^{(x_2)}(x_2)\cdots\phi_{id}^{(x_d)}(x_d) \quad (5)$$

$(i_1, i_2, \dots, i_d)$ 为满足 $0 \leq \sum_{n=1}^d i_n \leq r$ 的所有非负整数解, 共包含 C_{r+d}^d 种组合。

例如, 对于 $d = 2$ 的 Hermite 多项式展开项分别为

$$\begin{cases} \Phi_0(\mathbf{x}) = \phi_0(x_1)\phi_0(x_2) = 1 & (0,0) \\ \Phi_1(\mathbf{x}) = \phi_1(x_1)\phi_0(x_2) = x_1 & (1,0) \\ \Phi_2(\mathbf{x}) = \phi_0(x_1)\phi_1(x_2) = x_2 & (0,1) \\ \Phi_3(\mathbf{x}) = \phi_1(x_1)\phi_1(x_2) = x_1x_2 & (1,1) \\ \Phi_4(\mathbf{x}) = \phi_2(x_1)\phi_0(x_2) = x_1^2 - 1 & (2,0) \\ \Phi_5(\mathbf{x}) = \phi_0(x_1)\phi_2(x_2) = x_2^2 - 1 & (0,2) \end{cases} \quad (6)$$

2.3 稀疏多项式展开系数求解

非侵入的多项式混沌展开方法不通过改变系统状态方程来实现多项式系数的求解, 而是将系统视为黑箱模型, 多次对采样数据进行计算, 通过输出数据来对多项式系数进行拟合。即在根据输入随机变量的概率分布类型选择最优正交多项式基函数后, 需要求解多项式展开系数以完成 PCE 模型构造。

通常采用最小二乘法求解如下最小化残差问题来计算各项的展开系数:

$$\hat{\mathbf{a}} = \operatorname{argmin} \sum_{i=1}^N [y^{\text{ED}}(x^{(i)}) - \mathbf{a}^T \Phi(x^{(i)})]^2 \quad (7)$$

式中: N 为实验设计的样本数量; $x^{(i)}$ 为输入变量的第 i 组样本; y^{ED} 为将实验设计样本输入原始模型后计算出的输出结果。

但在完整的多项式混沌展开中, 其展开项的个数, 亦即待求系数的个数 $M = (d+r)!/(d!r!)$ 。这一待求系数的数量 M 随随机变量数量 d 或者所选取的展开阶数 r 的增大而快速增大。为实现准确的计算, 需要保证实验设计的规模满足 $N = 2M$ 。因此全展开的多项式混沌方法在应对大规模计算问题时面临着计算量大、计算速度慢的问题。

然而, 在实际的工程应用中, 全展开的多项

式混沌方法中大部分的高阶项系数通常较小,将其忽略对计算精度的影响较小,且可以大幅度地降低展开项的数量,合理降低算法的计算负荷,提高计算速度。同时,系统中的输出响应受不同的输入变量的影响也有所区别,例如,电力系统中负荷功率的随机性对临近负荷的线路功率或母线电压的影响,相较那些远离负荷的线路和母线要更为显著,因此对于这些与输出响应无关或影响较小的随机变量同样可以进行忽略,进一步提高计算速度。

由此便形成了稀疏多项式混沌展开方法的核心思路,此时待求问题由求解各展开项的系数向量 $\mathbf{a}$ 转化为求解展开系数向量 $\mathbf{a}$ 中非零元素个数最小化的问题:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{a}} = \operatorname{argmin} \|\mathbf{a}\|_0 \\ \text{s.t. } \mathbf{y}^{\text{ED}} - \mathbf{a}^T \Phi = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\|\mathbf{a}\|_0$ 为 0 范数,表示 $\mathbf{a}$ 中非零元素的数量; $\mathbf{y}^{\text{ED}}$ 为实验设计的样本向量。

为实现这一问题的求解,现有研究中大多采用最小角度回归法^[18]实现对稀疏展开系数的快速计算。

最小角度回归法求解的基本思想是在逼近目标向量的过程中计算与当前残差相关性最高的基底,将当前方向与新的基底的角平分线作为新的逼近方向,继续前进直至存在另一新基底具有更高的相关性,如此不断加入基底直至残差满足迭代精度的需求,由此即可求得式(8)中的稀疏展开系数向量 $\hat{\mathbf{a}}$ 。

本文提出一种基于贝叶斯压缩感知法^[19]求解式(8)中的多项式展开系数 $\mathbf{a}$ 的架构。这一方法的求解展开系数的基本思想是通过对各基底求取其相关度,将其中与残差向量最相关的项选出,之后基于最小二乘法等方法求取各多项式基底的系数。

对于给定的正交多项式基函数和实验设计,似然函数服从方差为 μ^{-1} 的正态分布,计算式如下:

$$\mathbf{P}(\mathbf{Y}|\Phi, \mathbf{a}, \mu) = N(\mathbf{Y}|\mathbf{a}\Phi, \mu^{-1}) \quad (9)$$

式(9)所示的问题在数学上等同于对系数 $\mathbf{a}$ 应用拉普拉斯先验,因此,可以采用分层先验来对问题进行求解^[20]:

$$\mathbf{P}(\mathbf{a}|\boldsymbol{\lambda}) = \prod_{i=1}^p N(c_i|0, \lambda_i) \quad (10)$$

$$\mathbf{P}(\lambda_i|\kappa) = \Gamma(\lambda_i|1, \frac{\kappa}{2}) = \frac{\kappa}{2} \exp(-\frac{\kappa\lambda_i}{2}) \quad (11)$$

因此,所有参数的后验分布都可以通过贝叶斯推理得到:

$$\mathbf{P}(\mathbf{a}, \boldsymbol{\lambda}, \kappa, \mu|\mathbf{y}) = \frac{\mathbf{P}(\mathbf{y}|\mathbf{a}, \mu) \mathbf{P}(\mathbf{a}|\boldsymbol{\lambda}) \mathbf{P}(\boldsymbol{\lambda}|\kappa) \mathbf{P}(\mu) \mathbf{P}(\kappa)}{\mathbf{P}(\mathbf{y})} \quad (12)$$

联合概率模型中超参数的图形表示形式如图1所示。

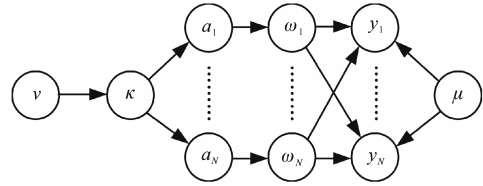


图1 贝叶斯模型中超参数的图形表示

Fig.1 Graphical representation of hyperparameters in Bayesian models

因此, $\mathbf{a}$ 的后验分布可以由 $\mathbf{P}(\mathbf{a}, \boldsymbol{\lambda}, \kappa, \mu|\mathbf{y})$ 得出,其遵循正态分布 $N(\mathbf{a}|\boldsymbol{\mu}_a, \boldsymbol{\Sigma}_a)$, 其中:

$$\boldsymbol{\delta}_a = \boldsymbol{\Sigma}_a \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{y} \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_a = [\boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} + \operatorname{diag}(\frac{1}{\lambda_i})]^{-1} \quad (14)$$

因此,可以通过最大化 $\mathbf{P}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\lambda}, \kappa, \mu)$ 来计算式(13)和式(14)中的超参数。为了降低计算成本,采用了快速拉普拉斯算法来进行计算,这一方法在每一步中更新单个 λ_i ,而非全部的 $\boldsymbol{\lambda}$ 值,从而降低了计算成本,使得 κ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_a$ 实现更高效的更新,关于这一算法的更多细节请参见文献[21]。

贝叶斯压缩感知法的整体步骤如下所示:

1) 输入参数。包括实验设计输出样本数据 $\mathbf{y}^{\text{ED}}$ 、正交多项式基底 $\Phi = \{\phi_i\}$ 、最大误差 ε 、测量矩阵 Ψ 以及噪声方差 σ^2 ;

2) 变量初始化。设置迭代次数 $k = 0$, 展开系数 $\mathbf{a} = \mathbf{0}$;

3) 基于贝叶斯压缩流程 $\mathbf{P}(\mathbf{Y}|\mathbf{y}, \sigma^2) = N(\mathbf{Y}|\Psi\mathbf{y}, \sigma^2)$, $\mathbf{P}(\mathbf{y}|\boldsymbol{\gamma}) = \prod_i N(y_i|0, \gamma_i)$, 对于每个采样点更新测量矩阵 $\Psi^{(p)}$ 以及回归系数 $\gamma_i^{(p)}$ 的值,计算压缩感知目标函数 $L^{(k)} = \mathbf{P}(\mathbf{y}, \Psi, \mathbf{Y})$ 的值;

4) 根据 $\gamma_i^{(k)}$ 的值进行判断,若 $\gamma_i = 0$,则将相应的基底 ϕ_i 从基底集合 Φ 中删除;

5) 若目标函数 $L^{(k)} > L^{(k-1)}$,即 L 仍在继续增加,则令 $k = k + 1$ 并返回步骤3),否则计算结束,输出集合 Φ 即为最优稀疏多项式基函数集合。

3 配电网概率潮流计算模型

3.1 随机因素相关性

配电网相邻节点的负荷往往具有相似的用电行为,相邻区域内光伏也会受到相近的天气、环境温度等因素的影响,导致源荷之间存在一定强度的相关性。因此本文采用相关性系数对随机变量间的相对关系进行量化描述,其计算方法如下式所示:

$$\rho_{ij} = \frac{\text{cov}(\xi_i, \xi_j)}{\sigma_i \sigma_j} = \frac{E[\xi_i - \mu_i]E[\xi_j - \mu_j]}{\sigma_i \sigma_j} \quad (15)$$

式中: ρ_{ij} 为随机变量 ξ_i 和 ξ_j 的相关性系数; σ_i, σ_j 为随机变量的标准差; μ_i, μ_j 为随机变量的均值; $\text{cov}(\cdot)$ 为协方差运算; $E[\cdot]$ 为求均值运算。

相关性系数的取值范围为 $[-1.0, 1.0]$,绝对值越大,说明变量之间线性相关性越强。当相关性系数取 -1.0 时,表示随机变量间的变化趋势相反,呈现完全负相关;当相关性系数取 1.0 时,表示随机变量间的变化趋势相同,呈现完全正相关;取 0 则表示随机变量间的变化趋势无线性关系。

3.2 配电网概率潮流计算

当考虑电负荷、光伏出力、风机出力的随机性时,配电网中任一输出随机变量(如配电网中的节点电压、支路电流等等),均可以表示为下式所示的概率潮流计算问题:

$$y = g(X, Z) \quad (16)$$

式中: $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ 为 n 维随机变量向量; $Z = [z_1, z_2, \dots, z_m]$ 为 m 维确定性变量向量。

为求解这一问题,本文提出的基于sPCE的概率潮流计算框架如图2所示,其具体步骤如下所示:

1)输入配电网的确定参数以及随机输入变量参数。其中,确定参数包括电力网络的参数、拓扑连接关系;随机输入变量参数包括电负荷、分布式电源的功率的概率密度函数以及各随机变量间的相关性系数;

2)根据输入随机变量的类型,选取正交多项式基底,建立输出变量响应的代理模型,并根据输入的确定性参数建立配电网确定性潮流计算的模型;

3)生成对应于随机输入变量 X 的标准正态随机向量 ξ 的样本,样本数量为 N_{ED} ,利用相关性系数建立 X 与 ξ 的转换关系,用于描述 X 中各元

素间的相关性,将标准正态采样样本 ξ 转化为 X 的采样样本 x^{ED} ;

4)基于 X 的采样样本,对配电网进行确定性潮流计算,求得输出变量响应样本 y^{ED} ;

5)基于建立的代理模型以及 y^{ED} ,采用BCS计算稀疏多项式展开系数 a ;

6)由此即可得到待求取的输出变量响应的概率密度函数表达式,实现了配电网的概率潮流计算。

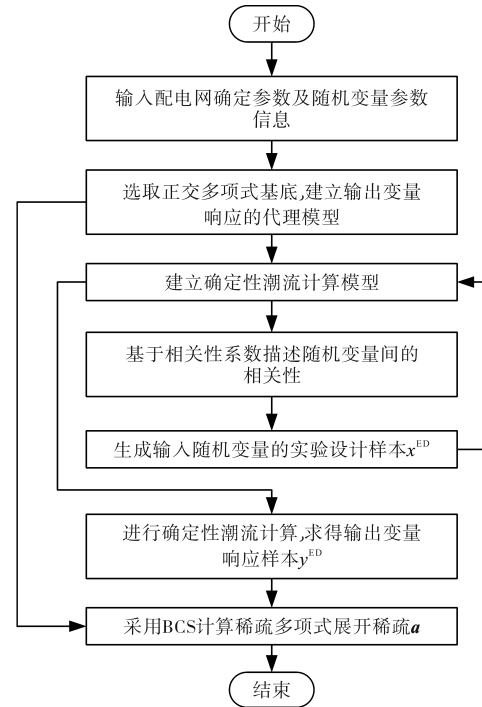


图2 基于sPCE的配电网概率潮流计算方法流程图

Fig.2 Flowchart of the probability load flow calculation for distribution networks based on sPCE

4 算例分析

为了验证本文所提方法的正确性和高效性,本节将对如下4种算法进行对比测试:

方法1:基于拉丁超立方采样的蒙特卡洛方法,采样次数为10 000次,由于蒙特卡洛法具有最高的计算精度,因此将其作为其他方法精度比较的基准,后续将这一方法记为MCS;

方法2:基于侵入式框架的广义多项式混沌方法,并基于随机 Galerkin 方法求解多项式展开系数,多项式展开阶数为2阶,后续将这一方法记为gPC-2;

方法3:基于LAR的稀疏多项式混沌展开方法,多项式展开阶数为2阶,后续将这一方法记为sPCE-LAR-2;

方法4:本文提出的基于贝叶斯压缩感知的稀疏多项式混沌展开方法,多项式展开阶数分别选择2阶和5阶,后续将这两种方法标记为sPCE-BCS-2和sPCE-BCS-5。

4.1 算例1——改进 IEEE 123 节点算例

为验证所提理论方法的有效性,本节采用如图3所示的改进 IEEE 123 节点配电网算例进行分析,该算例的详细数据可参见文献[22]。系统中各随机因素的数量及类型如表2所示,设各负荷服从正态分布,且其标准差为5%,光伏出力则服从Beta分布,且其形状参数为 $\alpha = 1.5, \beta = 3$ 。负荷、光伏和风机的相关性系数分别取 $\rho_L = 0.2$, $\rho_P = 0.5, \rho_W = 0.4$ 。本文所提方法在 Intel Core i5-8500 3.00GHz CPU 的计算机上基于 Matlab R2018a 平台编程实现。

表2 各随机因素的数量及其类型

Tab.2 The number and types of random factor

随机因素	随机因素数量	随机因素类型
风机	5	Weibull分布
光伏	5	Beta分布
电负荷	122	正态分布

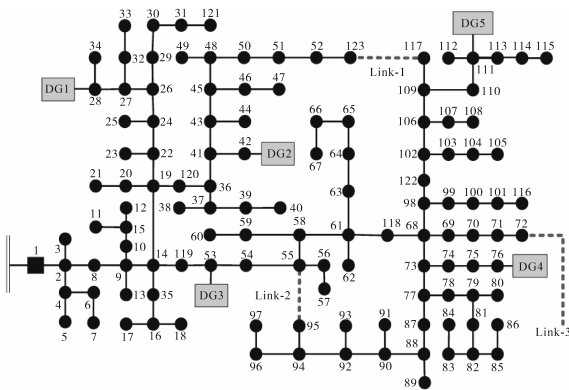


图3 改进 IEEE 123 节点配电网算例拓扑图

Fig.3 Diagram of the modified IEEE 123-node distribution network case

4.1.1 计算精度对比

首先对计算精度进行对比,应用上述4种方法对算例配电网进行概率潮流计算,以MCS方法作为对比基准,其余各方法的精度误差如表3所示。

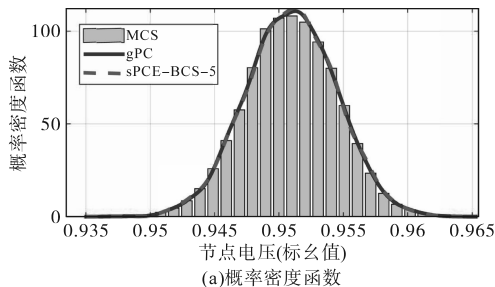
全部状态变量的计算结果中,gPC-2的最大相对误差为0.268 7%,sPCE-LAR-2为0.372 3%,sPCE-BCS-2的为0.519 9%,而sPCE-BCS-5的相对误差仅为0.160 6%。由此可以看出,在使用相同的多项式展开阶数的情况下,gPC-2由于其侵入式的计算架构,比sPCE-BCS-2和sPCE-LAR-2显示出更高的计算精度,其中BCS方法的精度略

表3 各概率潮流计算方法精度对比

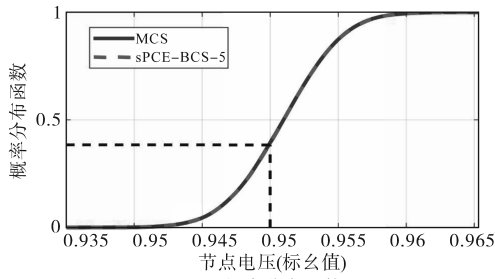
Tab.3 Accuracy comparison of probabilistic load flow calculation methods

状态变量	计算方法	均值	相对误差
U_{10}	MCS	1.031 583	—
	gPC-2	1.031 649	0.006 36%
	sPCE-LAR-2	1.032 758	0.113 33%
	sPCE-BCS-2	1.031 825	0.023 34%
	sPCE-BCS-5	1.031 598	0.001 45%
U_{58}	MCS	0.990 823	—
	gPC-2	0.990 694	-0.012 98%
	sPCE-LAR-2	0.990 034	-0.079 63%
	sPCE-BCS-2	0.990 317	0.051 10%
	sPCE-BCS-5	0.990 950	-0.012 79%
U_{105}	MCS	0.952 438	—
	gPC-2	0.952 301	-0.014 40%
	sPCE-LAR-2	0.952 795	0.03742%
	sPCE-BCS-2	0.952 765	0.034 31%
	sPCE-BCS-5	0.952 186	-0.026 44%

高于LAR。然而,当BCS的展开阶数达到5阶时,sPCE-BCS-5展示出了比gPC更高的精度。选取系统中部分状态变量展示概率密度函数的计算结果,此处仅展示精度最高的3种方法,即MCS,sPCE-BCS-5和gPC-2,如图4所示。



(a)概率密度函数



(b)概率分布函数

图4 节点105电压概率密度函数计算结果

Fig.4 Calculation result of the probability density function of 105-node

4.1.2 计算效率对比

各方法的计算耗时如表4所示。其中sPCE方法的计算耗时由3部分构成,包括实验设计耗时、确定性求解耗时以及评估求解耗时。

表4 各概率潮流计算方法计算效率对比
Tab.4 Efficiency comparison of probabilistic
load flow calculation methods

算法	实验设计 耗时/s	确定性求 解耗时/s	评估求 解耗时/s	总计算 时间/s
MCS	—	2 568.4	—	2 568.4
gPC	—	307.64	—	307.64
sPCE-LAR	20.43	69.87	13.58	103.88
sPCE-BCS-2	20.43	69.87	2.47	92.77
sPCE-BCS-5	20.43	69.87	8.63	98.93

表4中的结果说明sPCE-LAR和sPCE-BCS相对于MCS和gPC具有明显的效率优势,其计算耗时分别是MCS方法的4.0%和3.6%。基于sPCE框架的两类计算方法之所以能大幅提高计算效率,其原因在于大幅减少了确定性求解的次数,而确定性问题的求解耗时占到了总计算时间的80%左右。除此以外,虽然在相同扩展阶数下,gPC-2的精度高于sPCE-BCS-2,但sPCE-BCS可以通过应用更高的扩展阶数(例如sPCE-BCS-5)来提高精度,同时保持比gPC方法更快的计算速度。

4.2 算例2——工业园区配电网算例

算例2采用某工业园区实际配电网并应用本文所提出方法实现概率潮流计算,针对该配电系统不同可再生能源渗透率场景下负荷及分布式电源随机性对系统电压越限率的影响,该配电网的拓扑如图5所示,其常规负荷的有功功率和无功功率为52.29 MW和38.16 MW,现有光伏设备的渗透率为20%。

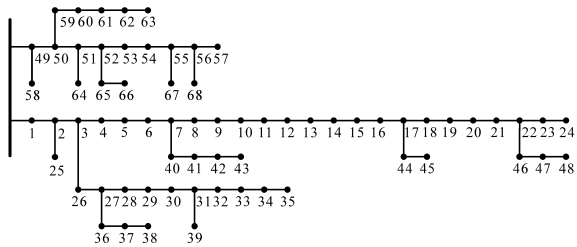


图5 工业园区配电网算例拓扑图

Fig.5 Diagram of the industrial park distribution network case

对该算例配电网应用本文方法进行概率潮流计算,其各节点电压的箱线图如图6所示,图中,箱体表示四分位数区间,包含50%的样本计

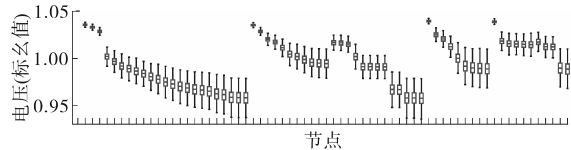


图6 算例2配电网电压分布水平

Fig.6 Nodal voltage level of case 2

算数据,箱体中的水平线表示数据中间值,上下短横线则表示数据极值。

从箱线图可以看出,算例配电网馈线末端节点电压的箱体和上下须线相较于首段节点均较长,这说明配电网馈线末端电压受负荷和光伏功率波动的影响更为严重,波动性更强,电压分布变异性较大。此外,部分末端节点的电压下限存在低于0.95的情况,这是由于线路负载较重,因此末端节点在该不确定性环境下易出现越电压下限的风险。该场景下各节点越电压下限的概率如表5所示。

表5 各节点越电压下限概率
Tab.5 Probabilities of violating lower voltage level

节点	16	17	18	19	20	21	22
越限概率/%	0.1	0.3	0.7	1.2	3	5.4	12.6
节点	23	24	44	45	46	47	48
越限概率/%	13.5	13.7	5	5	14.5	14.6	15.5

为进一步分析分布式电源渗透率对配电系统电压分布的影响,考虑将算例中光伏设备的渗透率分别提升至60%及90%后,再次对系统进行概率潮流计算,其各节点电压分布水平如图7所示。

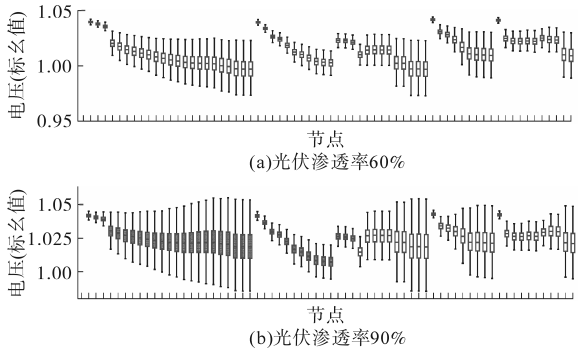


图7 不同光伏渗透率下系统电压分布水平

Fig.7 Nodal voltage level under different PV penetration

由图7a可以看出,当系统中的光伏渗透率由20%提升至60%时,系统整体的电压水平相比图6有所提高,末端节点的平均电压提升至基准值1.00(标么值)附近,且系统中不再存在越电压下限的情况。但相比于图6,其上下须线的范围变得更大,这意味这系统具有更强的波动性,受分布式电源功率注入变化的影响更大。

由图7b可以看出,当系统光伏渗透率提升至90%时,系统的整体电压水平相比图7a进一步提升,末端节点的电压水平已接近1.025(标么值)附近,且其上下须线的范围也进一步扩大,其波动范围同时接近电压上限1.05(标么值)以及下

限0.95(标么值)。此外,由于光伏设备的大规模接入,系统中部分节点也开始出现越电压上限的风险,且随着光伏渗透率的进一步提高,这一风险也将进一步加大。系统中部分节点越电压上限的概率如表6所示。

表6 部分节点越电压上限概率

Tab.6 Probabilities of violating higher voltage level							
节点	5	10	15	20	24	46	56
越限概率/%	0.2	0.7	1.6	3.4	2.4	2.7	1.4

因此,本文所提出方法可以有效实现对配电系统的概率潮流计算,从而实现对系统不确定性环境下运行状态的分析,充分考虑系统中分布式电源以及负荷随机性的影响,为后续系统的运行调度提供分析基础。

5 结论

针对配电网中的概率潮流计算问题,本文提出了一种基于稀疏多项式混沌展开的概率潮流计算方法,并基于贝叶斯压缩感知方法实现了对稀疏多项式系数的求解。通过对测试算例的分析可以得出如下结论:

1)在充分考虑随机因素之间相关性的前提下,将所提方法的计算结果与蒙特卡洛方法进行对比,证明了方法的正确性与准确性,能够在精度满足要求的情况下获得输出变量的概率特征。

2)所提方法可以大幅度提高计算速度,其计算耗时仅需蒙特卡洛方法的3.6%,同时基于贝叶斯压缩感知方法的系数求解方法相比于蒙特卡洛方法也同样具有计算速度上的优势,可以显著提高配电系统概率潮流分析的效率。

3)所提方法可以有效实现对系统不同分布式电源渗透率下的电压分布水平的分析,计算系统的电压越限概率,为后续分布式电源的接入及系统的运行调度提供分析基础。

参考文献

[1] 殷永亮,吴琼,张建平,等. 基于条件风险价值的含风电多区域机组组合模型[J]. 电气传动, 2023, 53(1): 52-58.
YIN Yongliang, WU Qiong, ZHANG Jianping, et al. Multi-regional unit commitment model with wind power based on conditional value at risk[J]. Electric Drive, 2023, 53(1): 52-58.

[2] 王成山,宋关羽,李鹏,等. 基于智能软开关的智能配电网柔性互联技术及展望[J]. 电力系统自动化, 2016, 40(22): 168-175.
WANG Chengshan, SONG Guanyu, LI Peng, et al. Research

and prospect for soft open point based flexible interconnection technology for smart distribution network[J]. Automation of Electric Power Systems[J]. 2016, 40(22): 168-175.

[3] 胡喆,王晗,严正,等. 基于多保真度模型的高比例新能源配电网潮流不确定性表征方法[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(8): 2965-2978.
HU Zhe, WANG Han, YAN Zheng, et al. Uncertainty representation method of power flow in distribution network with high percentage of renewable energy based on the multi-fidelity model[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(8): 2965-2978.

[4] 江建,徐峰亮,王发义. 基于GA-PSO算法计及风电时序特性的主动配电网双层规划[J]. 电气传动, 2024, 54(5): 47-55.
JIANG Jian, XU Fengliang, WANG Fayi. Bi-level planning for active distribution network considering wind power timing characteristics based on GA-PSO algorithm[J]. Electric Drive, 2024, 54(5): 47-55.

[5] BAO S, YANG Z, YU J, et al. Probabilistic energy flow and risk assessment of electricity-gas systems considering the thermodynamic process[J]. Energy, 2019, 189: 116-127.

[6] LI Y, LI W, YAN W, et al. Probabilistic optimal power flow considering correlations of wind speeds following different distributions[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(4): 1847-1854.

[7] HUANG D, LI H, CAI G, et al. An efficient probabilistic approach based on area grey incidence decision making for optimal distributed generation planning[J]. IEEE Access, 2019, 7: 93175-93186.

[8] XIU D, KARNIADAKIS G E. Modeling uncertainty in steady state diffusion problems via generalized polynomial chaos[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191(43): 4927-4948.

[9] WU H, ZHOU Y, DONG S, et al. Probabilistic load flow based on generalized polynomial chaos[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(1): 820-821.

[10] XU Y, MILI L, SANDU A, et al. Propagating uncertainty in power system dynamic simulations using polynomial chaos[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 34(1): 338-348.

[11] WANG G, XIN H, WU D, et al. Data-driven arbitrary polynomial chaos-based probabilistic load flow considering correlated uncertainties[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(4): 3274-3276.

[12] 姜涛,李春晖,张儒峰,等. 基于多项式混沌展开的电力系统概率可用输电能力评估[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(2): 489-504.
JIANG Tao, LI Chunhui, ZHANG Rufeng, et al. Probabilistic available transfer capacity evaluation of power systems using polynomial chaos expansion[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(2): 489-504.

[13] 李雪,付云跃,姜涛,等. 基于多项式混沌展开的交直流系统全纯嵌入概率潮流计算方法[J]. 电力系统自动化, 2024, 48(18): 177-188.

- LI Xue, FU Yunyue, JIANG Tao, et al. Holomorphic embedding probabilistic power flow calculation method for AC/DC system based on polynomial chaos expansion[J]. Automation of Electric Power Systems, 2024, 48(18): 177-188.
- [14] ZHANG X, PANDEY M D, LUO H. Structural uncertainty analysis with the multiplicative dimensional reduction-based polynomial chaos expansion approach[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2021, 3: 1-19.
- [15] LUTHER N, MARELLI S, SUDRET B. Sparse polynomial chaos expansions: literature survey and benchmark[J]. SIAM/ASA Journal on Uncertainty Quantification, 2021, 9(2): 593-649.
- [16] 董博, 李鹏, 富晓鹏, 等. 基于改进增广节点方程的柔性互联配电网统一潮流计算方法[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(8): 22-31.
- DONG Bo, LI Peng, FU Xiaopeng, et al. Unified power flow calculation method of flexible interconnected distribution network based on modified augmented nodal equation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(8): 22-31.
- [17] XIU D. Numerical methods for stochastic computations: a spectral method approach[M]. New Jersey: Princeton University Press, 2010: 68-88.
- [18] BLATMAN G, SUDRET B. Adaptive sparse generalized polynomial chaos expansion based on least angle regression[J]. Journal of Computational Physics, 2011, 230: 2345-2367.
- [19] PTA B, XUN H, CS D, et al. Compressive sensing adaptation for polynomial chaos expansions[J]. Journal of Computational Physics, 2019, 380: 29-47.
- [20] ZHANG B, NI Y. A hybrid sequential sampling strategy for sparse polynomial chaos expansion based on compressive sampling and Bayesian experimental design[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2021, 386: 114130.
- [21] BABACAN S D, MOLINA R, KATSAGGELOS A K. Bayesian compressive sensing using Laplace priors[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 19(1): 53-63.
- [22] CHEN X, WU W, ZHANG B. Robust restoration method for active distribution networks[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 31(5): 4005-4015.
- 收稿日期: 2024-10-16
修改稿日期: 2024-11-07

(上接第37页)

- optimization of energy arbitrage in community energy storage systems using different battery technologies[J]. Applied Energy, 239: 356-372.
- [20] 朱宗耀, 王秀丽, 吴雄, 等. 考虑多场景规划的共享储能投资及运营分析[J]. 电力系统自动化, 2023, 47(7): 23-31.
- ZHU Zongyao, WANG Xiuli, WU Xiong, et al. Investment and operation analysis of shared energy storage considering multi-scenario planning[J]. Automation of Electric Power Systems, 2023, 47(7): 23-31.
- [21] 刘亚锦, 代航, 刘志坚, 等. 面向多类型工业用户的分散式共享储能配置及投资效益分析[J]. 电力自动化设备, 2021, 41(10): 256-264.
- LIU Yajin, DAI Hang, LIU Zhijian, et al. Decentralized shared energy storage configuration and investment benefit analysis for multiple types of industrial users[J]. Power Automation Equipment, 2021, 41(10): 256-264.
- [22] ZHAO B, ZHANG X, CHEN J, et al. Operation optimization of standalone microgrids considering lifetime characteristics of battery energy storage system[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2013, 4(4): 934-943.
- 收稿日期: 2024-05-05
修改稿日期: 2024-07-13