# 基于GALJP滤波器的迟滞特性建模与补偿控制

#### 孙思维<sup>1</sup>,毛雪飞<sup>1</sup>,黄梦琦<sup>2</sup>,刘向东<sup>1</sup>,李震<sup>1</sup>

(1.北京理工大学 自动化学院,北京 100081;2. 中国农业银行,北京 100005)

摘要:提出一种采用正交结构并基于 Backlash 算子的梯度自适应格型联合处理(GALIP)滤波器用于压 电陶瓷致动器迟滞特性建模与逆补偿控制。该滤波器综合了梯度格型滤波器与自适应横向滤波器的优点, 可以在阶数较低时达到良好的控制效果。首先在衰减正弦波信号下建立基于 GALIP 的迟滞正模型,研究 表明在阶数为2时,模型的均方根误差最小,仅为0.0104μm。然后在半实物仿真实验平台上使用2阶的 GALIP 滤波器进行压电陶瓷致动器的迟滞补偿控制实验。实验结果表明,利用这种控制方法在随机三角波 和随机正弦波信号激励下均有很好的跟踪效果,均方根误差为总行程的0.023 8%和0.026 2%。

关键词:梯度自适应格型联合处理滤波器;自适应控制;压电致动器;迟滞非线性

中图分类号:TP273 文献标识码:A DOI:10.19457/j.1001-2095.dqcd21209

#### Hysteresis Modeling and Compensation Control Based on Gradient Adaptive Lattice Joint Processing Filter

SUN Siwei<sup>1</sup>, MAO Xuefei<sup>1</sup>, HUANG Mengqi<sup>2</sup>, LIU Xiangdong<sup>1</sup>, LI Zhen<sup>1</sup>

(1. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;
2. Agricultural Bank of China, Beijing 100005, China)

Abstract: A gradient adaptive lattice joint processing (GALJP) filter using orthogonal structure and Backlash operator was proposed for hysteresis modeling and inverse compensation control of piezoelectric ceramic actuators. This filter combines the advantages of the gradient lattice filter and the adaptive transversal filter, and a good control performance can be achieved when the order is low. A GALJP-based hysteresis model was first established under a decaying sine wave signal. It can be known that when the order is 2, the model has the smallest root mean square error, only 0.010 4  $\mu$ m in the study. Then, the hysteresis compensation control experiment of the piezoelectric ceramic actuator was carried out on the semi-physical simulation experiment platform using the second-order GALJP filter. It can be found from the experimental results that the control method has a good tracking effect under the excitation of the random triangle wave and random sine wave signal. The root mean squared error is 0.023 8% and 0.026 2% of the total stroke.

Key words: gradient adaptive lattice joint processing(GALJP) filter; adaptive control; piezoelectric actuators; hysteresis nonlinearity

压电陶瓷致动器是一种特种电机,具有输出 力大、速度快、稳定性好、位移精度高的优点,被 广泛应用于高精度微纳米电气传动系统中,如超 精加工机床的微动定位系统<sup>[1]</sup>、快速倾斜镜<sup>[2]</sup>、高 速扫描探针显微镜<sup>[3]</sup>等。但是在实际应用中压电 陶瓷致动器存在迟滞非线性的特性会影响控制 精度,所以研究压电陶瓷控制器的模型和控制方 法有重要的意义。

现有对压电陶瓷的迟滞模型研究主要有通过迟滞现象解释的Preisach模型<sup>[4]</sup>, Prandtl-Ishlinskii (PI)模型<sup>[5]</sup>, Bouc-Wen模型<sup>[6]</sup>, 神经网络模 型<sup>[7]</sup>,最小二乘支持向量机模型<sup>[8]</sup>,以及段相似模 型<sup>[9]</sup>等。还有基于物理原理进行解释的Maxwell 等模型。Presisach等模型通过对压电陶瓷的迟

基金项目:国家自然科学基金(11572035,51707009);北京市自然科学基金(4122066)

作者简介:孙思维(1996—),男,硕士,Email:dzssw2008@126.com

滞特性产生的现象进行解释,并且取得了较好的 拟合效果,因此被广泛应用。在这些模型的基础 上,可以对压电陶瓷致动器进行迟滞逆补偿控 制、前馈-反馈逆补偿控制<sup>101</sup>等,具有良好的控制 效果。然而,在实际控制中,控制系统会受到环 境变化和扰动等的影响,使用固定的逆模型控制 器的控制效果无法达到预期,因此文献[11]提出 了FIR滤波器来实现自适应的逆控制,针对系统 的动态特性和干扰进行自适应控制,得到了较好 的控制性能。但是直接使用自适应滤波器逆控 制的效果仍不太理想,所以文献[12]提出基于 Backlash的自适应滤波器,通过使用Backlash算 子代替延迟算子,由于Backlash算子具有记忆历 史输入的能力,提高了迟滞建模能力。

但是现有的自适应滤波器建模和逆补偿控 制存在模型复杂、运算速度慢、收敛速度慢的问题,因此本文提出基于 Backlash 算子的 GAJLP 滤波器建立自适应迟滞模型及逆补偿控制器。 该滤波器采用正交算法构建,综合了梯度格型 滤波器与自适应 FIR 滤波器的优点,所以 GALJP滤波器不涉及反馈引起的稳定性问题。 并且相较于经典的自适应 FIR 滤波器,该滤波 器最突出的优势是:GALJP滤波器是由多节相 同的正交单元级联,其结构高度模块化,在实际 工程应用中,能够非常方便地调整 GALJP滤波 器的阶数,并能用较低的阶数达到很好的建模 和控制效果。

## 基于Backlash的GALJP滤波器迟 滞模型

#### 1.1 Backlash 算子

Backlash 算子的传输特性见图1。





Fig.1 Transmission characteristics of the Backlash operator

Backlash 算子在t 时刻的输出 $p_{r}[u(t)]$ 满足

$$p_{r_i}[u(t)] = \begin{cases} u(t) - r_i & \dot{u}(t) > 0 \& p_{r_i}[u(t_-)] \le u(t_-) - r_i \\ u(t) + r_i & \dot{u}(t) < 0 \& p_{r_i}[u(t_-)] \ge u(t_-) + r \\ p_{r_i}[u(t_-)] & \text{others} \end{cases}$$

(1)

式中:u(t)为t时间的输入; $r_i$ 为第i个 Backlash 算 子的阈值; $p_i[u(t_-)]$ 表示算子的输出信号与之 前相同。

可将式(1)写为离散形式:

$$p_{r_i}[u(k)] = \begin{cases} u(k) - r_i & \Delta u(k) > 0 \& p_{r_i}[u(k-1)] \le u(k-1) - r_i \\ u(k) + r_i & \Delta u(k) < 0 \& p_{r_i}[u(k-1)] \ge u(k-1) + r_i \\ p_{r_i}[u(k-1)] & \text{others} \end{cases}$$

(2)

式中: $\Delta u(k)$ 为k时刻与前一时刻的差。

#### 1.2 基于Backlash 算子的自适应格型滤波器

梯度格型滤波器的基本正交单元结构如图2 所示。可将其首尾串联组成不同阶的梯度格型 滤波器。



图 2 梯度格型滤波器的基本正交单元结构 Fig.2 Basic unit structure of the gradient lattice filter

在k时刻的m阶梯度格型滤波器的基本正交

单元的计算公式为

 $\begin{cases} f_m(k) = f_{m-1}(k) + K_m^b(k) b_{m-1}(k-1) \\ b_m(k) = b_{m-1}(k-1) + K_m^f(k) b_{m-1}(k-1) \end{cases} (3)$ 

式中: $K_m^b$ 为前向反射系数; $K_m^f$ 为后向反射系数;  $f_m(k)$ 为前向预测误差; $b_m(k)$ 为后向预测误差。

梯度格型滤波器正交基本单元有如下性质:

1) 后 向 预 测 误 差  $b_m(k)$  相 互 正 交 。 即  $E[b_i(k) \cdot b_j(k)] = 0, i \neq j$ , 说明 正 交 单 元 的 前 、 后 级 不 存 在 耦 合 关 系 。 各 级 的 最 优 化 等 价 于 整 个 系 统 的 最 优 化 。

2)前向预测误差 $f_m(k)$ 与时移前向误差  $f_m(k \pm l)$ 正交,其中 $1 \le l \le m - i, i < m_o$ 

3)前向预测误差 $f_m(k)$ 与输入的互相关函数 等于后向预测误差 $b_m(k)$ 与被延时的输入互相关 函数。

4)各阶前向预测误差 $f_m(k)$ 不正交。

为了使格型滤波器的系统稳定,使用伯格方法,设反射系数相等,用统一的反射系数代替,即  $K_m = K_m^f = K_m^b$ 。可将格型滤波器的基本正交单元的公式改写为如下形式:

$$\begin{cases} f_m(k) = f_{m-1}(k) + K_m(k)b_{m-1}(k-1) \\ b_m(k) = b_{m-1}(k-1) + K_m(k)f_{m-1}(k-1) \end{cases}$$
(4)

按照伯格方法,反射系数的更新公式为  $K_m(k+1) = K_m(k) - \beta [f_{m-1}(k)b_m(k) + b_{m-1}(k-1)f_m(k)]$ (5)

式中:β为更新系数,一般采用固定的更新系数对

反射系数进行更新。

将多个如图2格型滤波器基本正交单元的延 迟算子更换为Backlash算子组成基于Backlash算 子的梯度格型滤波器得到图3所示结构,其中M为基本正交单元的个数, $w_m$ 表示第m阶GALJP基 本正交单元输出的权值。

GALJP滤波器基本单元的计算公式为

$$\begin{cases} f_m(k) = f_{m-1}(k) + K_m(k)B_m(k) \\ b_m(k) = B_m(k) + K_m(k)f_{m-1}(k) \end{cases}$$
(6)

式中: $b_m(k)$ 为前一阶后向预测误差 $b_{m-1}(k)$ 经过 Backlash算子所得到的输出,其计算公式见式(1)



图 3 基于 Backlash 算子的 GALJP 滤波器结构 Fig.3 GALJP filter structure based on Backlash operator

~式(2)。

在计算前后向预测误差之后对反射系数进 行更新:

 $K_{m}(k+1) = K_{m}(k) - \beta [f_{m-1}(k)b_{m}(k) + B_{m}(k)f_{m}(k)]$ (7)

将GALJP 滤波器的各级后向预测误差及权值组成向量形式:

$$\begin{cases} \boldsymbol{X}(k) = [b_0(k) \ b_1(k) \cdots b_M(k)]^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{W} = [w_0 \ w_1 \cdots w_M]^{\mathrm{T}} \end{cases}$$
(8)

k时刻GALJP滤波器的输出为

$$y(k) = \sum_{m=0}^{M} w_m b_m = \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}(k) + bias$$

式中:bias为一消除系统在初始时偏置量,可以提高系统的动态性能。

根 据 实 际 的 输 出 位 移 信 号 *d*(*k*) 可 计 算 GALJP 滤波器的误差为

$$e(k) = d(k) - y(k) \tag{10}$$

在自适应建模和控制过程中可使用最小均 方(least mean square, LMS)的方法结合GALJP滤 波器的误差来动态更新权值,从而来自适应系统 变化。但是如果使用固定步长更新,需要同时考 虑自适应系统的适应速度和准确度,在此可采用 归一化的最小均方(normalized least mean square, NLMS)方法,其步长的计算公式为

$$\alpha(k) = \frac{\alpha}{\gamma + \left\| \boldsymbol{X}(k) \right\|_{2}^{2}} \tag{11}$$

式中: $\alpha$ 为控制步长的常数,通过后向预测误差向 量X(k)来自适应调整步长; $\gamma$ 是为了防止系统出 现X(k)=0的情况而增加的一个较小的常量。

最后GALIP滤波器的权值和偏置更新公式为

$$\begin{cases} \boldsymbol{W}(k+1) = \boldsymbol{W}(k) - 2\alpha(k)e(k)\boldsymbol{X}(k) \\ bias(k+1) = bias(k) - 2\alpha(k)e(k) \end{cases}$$
(12)

### 2 迟滞模型实验验证

为了对提出的迟滞模型进行验证,本文采用 基于 MPT-1JN/RL002 型号的压电致动器实验平 台进行验证,其输入电压范围为-30~150 V,位移 最大为16 μm,内置分辨率为2.5 nm的电阻式应 变片传感器。

实验装置结构框图如图4所示,实验装置通 过使用半实物仿真平台LINKS\_RT向驱动电源发 送控制信号,由驱动电源将驱动电压作用到压电 致动器,最后将压电致动器内部电阻应变片传感 器的位移信号返回至半实物仿真平台做进一步 的信号处理。



在对压电致动器使用 GALJP 滤波器进行建 模时,需要确定滤波器系统的阶数 M,所以需要 对比不同阶数的建模性能。本文使用如图 5 所示 的衰减正弦波信号作为输入电压信号,通过传感 器得到输出位移信号,在线使用输入输出信号在 不同阶数 GALJP 滤波器进行迟滞建模。迟滞建 模的框图如图 6 所示。



图5 衰减正弦波输入电压信号

Fig.5 Attenuates the sine wave input voltage signal



图6 GALJP滤波器的压电致动器迟滞特性建模框图

Fig.6 Block diagram for modeling the hysteresis characteristics of piezoelectric actuators based on GALJP filters

实验中,设置 Backlash 算子的阈值为1,并且 将输入输出信号标准化到[-1,1],初始反射系数  $K_m(0)=0$ ,前后向预测误差初值 $f_m(0)=b_m(0)=0$ , 反射系数更新步长 $\beta = 0.001$ ,初始输出权重为  $W(0)=[0.005 \ 0.005 \ \cdots \ 0.005]^T$ ,初始偏置 bias(0) =-1。使用不同阶数的GALJP 滤波器来对压电致 动器迟滞特性进行建模,表1为实验的误差结果, 图7为误差对比,本文选取平均绝对误差 $e_{av}$ 和均 方根误差 RMSE 两个指标对迟滞模型的性能进行 定量描述。

表1 不同阶GALJP滤波器的压电致动器迟滞建模误差

1 a. 1	modeling error of prezoelectric actuators			
with different order GALJP filters				
阶数M	$e_{av}/\mu m$	<i>RMSE</i> /µm	最优步长α	
1	0.017 3	0.037 5	0.07	
2	0.007 6	0.010 4	0.48	
3	0.007 8	0.010 2	0.61	
5	0.008 0	0.010 5	0.71	
10	0.008 0	0.011 5	0.75	
15	0.008 4	0.013 1	0.73	
20	0.008 8	0.014 7	0.70	



with different order GALJP filters

根据建模得到的结果,1阶的误差最大,2阶 的误差降到最低,之后随着阶数的增大误差逐渐 增大。综合自适应滤波器的建模性能和计算时 间,选择阶数为2的GALJP滤波器结构进行迟滞 建模。

为了对提出的建模方法性能进行更好地说明,使用不同频率的12μm等幅正弦信号对 GALJP滤波器迟滞建模和PI迟滞建模方法进行 对比。其中PI模型的算子数为20,通过初载曲线 确定算子的权重。两种建模方法对压电致动器 迟滞特性的建模误差可见表2,从结果可以看出,

## 在各种频率信号下,GALJP滤波器有着更高的建 模精度。

#### 表2 压电致动器迟滞建模方法均方根误差对比

Tab.2 Comparison of root mean square error of hysteresis modeling methods for piezoelectric actuators

频率/Hz	RMSE/	μm
	GALJP滤波器	PI模型
1	0.003 1	0.214 0
2	0.006 1	0.213 6
5	0.015 7	0.210 7
10	0.032 9	0.207 8
20	0.063 1	0.203 2
50	0.173 0	0.207 4

## 3 GALJP滤波器补偿控制器

在GALJP滤波器结构的基础上建立图8所示 的压电致动器补偿控制系统。在设计GALJP滤 波器补偿控制器时,选用从上一节中对比得到的 2阶GALJP滤波器结构,并且使用相同的初始参 数来实现对压电致动器的自适应迟滞补偿控制。 由于在实际控制过程中会存在不同的控制参考 信号,所以采用随机正弦波和随机三角波作为参 考信号来验证跟踪性能。图9、图10为实验结果。



图 8 基于 GALJP 滤波器的压电致动器控制系统框图 Fig. 8 Block diagram of piezoelectric actuator control system based on GALJP filter









从实验结果可以看出,无论是随机正弦波信号还是随机三角波信号作为参考信号下,均有较好的跟踪效果,其误差范围在±0.02 μm以内,均 方根误差分别占总行程的0.023 8%和0.026 2%。

为了更好地展示所提出控制方法的性能,使用 PID 控制器和 GALJP 滤波器迟滞补偿控制器 在不同频率的 10  $\mu$ m 等幅正弦参考信号作用下进 行对比实验。其中 PID 控制器采用增量式的方 法,具体参数为: $K_{\mu}$ =0.5, $K_{\mu}$ =0.1, $K_{d}$ =0。

两种对压电致动器跟踪控制方法的误差对 比结果如表3所示。

表3 压电致动器控制方法跟踪均方根误差对比

Tab.3	Comparison of tracking RMSE of control	
	methods for piezoelectric actuators	

频率/Hz	<i>RMSE</i> /µm		
	GALJP滤波器	PID控制器	
1	0.003 1	0.004 6	
2	0.006 3	0.008 9	
5	0.023 4	0.044 1	
10	0.037 3	0.089 1	
20	0.067 9	0.180 4	
50	0.142 3	0.461 0	

从实验结果可以看出,GALJP滤波器补偿控 制方法在不同频率下均表现出更好的跟踪性能, 并且在50 Hz下的精度约为PID控制器的3倍。 但是由于迟滞特性与输入信号的速率相关,所以 随着信号频率提高,其误差也相应增大,相应的 解决方法会在以后做进一步的研究。

#### 4 结论

为了降低压电陶瓷致动器迟滞特性的不良 影响,本文提出了一种基于Backlash算子的 GALJP滤波器用于对压电致动器进行建模和迟 滞补偿控制。首先通过使用不同阶数的GALJP 滤波器来对衰减正弦波信号进行建模,综合建模 精度和计算时间,选择阶数为2的GALJP滤波器 进行建模,其均方根误差为0.0104µm。然后使 用阶数为2的GALJP滤波器进行迟滞补偿控制, 在随机正弦波信号和随机三角波信号作用下均 有较好的控制效果,并且在不同频率等幅正弦参 考信号下跟踪效果均优于PID控制器。本文的研 究可为高精度微纳米电气传动系统的研究提供 参考。

#### 参考文献

- [1] 杨竞衡.精密工程中的机电一体化[J].电气传动,1994,24 (2):2-7.
- [2] 贾巍,范承玉.应用于快速倾斜镜的压电陶瓷驱动电源[J].量
   子电子学报,2015,32(2):235-240.
- [3] Yan G Y, Liu Y B, Feng Z H. A dual-stage piezoelectric stack for high-speed and long-range actuation[J]. IEEE/ASME Trans-

actions on Mechatronics, 2015, 20(5): 2637-2641.

- [4] Preisach F. Uber die magnetische nachwirkung[J]. Zeitschrifi Für Physik, 1935, 94(5):277-302.
- [5] Yang M J, Li C X, Gu G Y, et al. Modeling and compensating the dynamic hysteresis of piezoelectric actuators via a modified rate-dependent Prandtl – Ishlinskii model[J]. Smart Materials and Structures, 2015, 24(12):1–12.
- [6] 于志亮,刘杨,王岩,等.基于改进PI模型的压电陶瓷迟滞特 性补偿控制[J].仪器仪表学报,2017,38(1):129-135.
- [7] 武毅男,方勇纯.基于 Preisach 模型的深度学习网络迟滞建模[J].控制理论与应用,2018,35(6):723-731.
- [8] Mao X, Wang Y, Liu X, et al. An adaptive weighted least square support vector regression for hysteresis in piezoelectric actuators[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2017, 263: 423-429.
- [9] 熊蕊.基于相似性的压电陶瓷执行器迟滞建模、补偿控制及 分岔分析[D].北京:北京理工大学,2016.
- [10] 赖志林,刘向东,陈振,等.压电陶瓷执行器多模时变滑模逆 补偿控制[J].电机与控制学报,2012,16(1):92-96,103.
- [11] Widrow B. Adaptive inverse control[M]. Prentice Hall Press, 1996.
- [12] Liu X, Wang Y, Geng J, et al. Modeling of hysteresis in piezoelectric actuator based on adaptive filter[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2013, 189: 420-428.

收稿日期:2019-12-03 修改稿日期:2019-12-23