超声电机的EM核鲁棒建模研究

姚舜才,任一峰

(中北大学 电气与控制工程学院,山西 太原 030051)

摘要:针对在超声电机的物理机理建模存在的问题,提出了基于数据驱动的建模方法。运用贝叶斯理论 进行模型参数估计。使用EM(参数期望最大化)的性能指标,得到基本理论公式及计算迭代方法。提出了模 型适配度作为超声电机模型鲁棒性的评价指标,并进行研究。通过实验和模型计算,参数鲁棒性和建模精度 均有提高。经实验证明,所述的建模方法在超声电机的建模工作中具有较好的精度和参数鲁棒性。

关键词:超声电机;EM核方法;数据建模;参数鲁棒性

中图分类号:TM359.9 文

文献标识码:A **DOI**:10.1

DOI: 10.19457/j.1001-2095.dqcd19663

Research on Ultrasonic Motor Modeling Based on EM Kernel Robust Method

YAO Shuncai, REN Yifeng

(School of Electric and Control Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, Shanxi, China)

Abstract: Aiming at the ultrasonic motor modeling problems existing in the physical mechanism method, a datadriven modeling method was proposed. Bayesian theory was used to estimate model parameters. The basic theoretical formula and iterative algorithm were obtained by using the performance index of EM (expectation maximization). The model fitness was proposed as an evaluation index of the ultrasonic motor model robustness of, and the relative research has been carried out. The parameter robustness and modeling accuracy have been improved based on experiment and model calculating. Experiments show that the modeling method described has better accuracy and parameter robustness in the modeling of ultrasonic motor.

Key words: ultrasonic motor; expectation maximization(EM)kernel method; data modeling; parameter robustness

超声电机是非电磁式的电机,具有很多独特的特性,适于在低速、小体积以及对电磁干扰要 求很严格的环境运行^[1]。对于超声波电机的物理 机理建模问题,国内外学者作了很多研究和探 讨:文献[2-3]使用有限单元方法对超声电机的定 转子的接触情况进行了分析,讨论了定转子位 移、速度及接触区的关系;文献[4]通过摩擦接触模 型的研究建立了超声电机的仿真模型;文献[5-6] 对超声电机的等效电路模型进行了探讨和总结。 这些建模方法基本采用了从超声电机的物理模 型出发,基于超声电机的物理机制进行建模的思 路。但是由于在超声电机定、转子摩擦,材料硬 度,以及定子边界层状态等方面对电机性能的影 响很大^[7],在实际的应用中往往存在模型失配的 问题。

基于系统辨识方法的时间序列模型建立在 对于数据的观测基础上,主要关注于所有影响因 素对于整个系统的综合作用,因此在诸多外界因 素对电机运行的影响不能精确确定的情况下,这 种模型具有优势。针对超声电机的系统辨识模 型,国内外学者也作了一些有价值的工作,文献 [8]对该方法进行了讨论,文献[9]利用非线性建 模理论对超声电机进行了研究。这些模型辨识 的方法主要是以传统的时间序列及其在线辨识 方法为基本数学基础展开的。

贝叶斯时间序列分析是新近发展起来的一 种建模方法^[10]:与传统时间序列建模不同,其充 分利用了样本信息和参数的先验信息,具有更小

基金项目:国家自然科学基金项目(61774138);山西省科技计划项目(基础研究计划)(2015011043)

作者简介:姚舜才(1973—),男,博士,副教授,Email:yaoshuncai@nuc.edu.cn

的方差;且可以对假设检验和估计问题进行定量 化分析。因此,与传统方法相比,贝叶斯时间序 列模型在建模方面有着更大的优势^[11]。为了满 足对行波型超声电机进行精确控制的要求,本文 使用基于贝叶斯时间序列分析的EM(expectation maximization)核方法对超声电机进行建模研 究,经数据仿真和实验验证,该方法所建立的数 学模型具有较高的精度和较强的鲁棒性。

1 问题描述

根据文献[12],超声电机可考虑为具有参数 摄动的离散随机系统,因此可简化为加权多模型 线性系统对其进行研究^[13]。这种模型结构与传 统的线性系统模型参数辨识方法相比具有精度 高、鲁棒性强等优点。考虑基于贝叶斯时间序列 分析的EM方法,并结合使用核方法可以有效解 决这一问题^[13],并可得出满意的系统模型。

1.1 超声电机的系统与噪声模型描述

考虑以超声电机压电陶瓷所加的电压为输入,以其转速为输出,考虑建立超声电机系统的 离散加权多模型的基本结构如下:

$$y_{t} = \sum_{i=0}^{n} g_{i} u_{t-i} + \sum_{j=1}^{m} f_{j} y_{t-j} + v_{t}$$

式中: y_i 为量测输出; u_i 为输入驱动; v_i 为零均值白噪声,其方差记为 σ^2 。

需要指出的是,本文在此所给出的是离散加权多 模型的结构,整个系统模型由此模型的线性组合 结构而成。

进一步,系统模型可简化为

$$y_{t} = \begin{cases} \sum_{i=0}^{n} g_{i} u_{t-i} + v_{t} & t > \tau \\ 0 & t \leq \tau \end{cases}$$
(1)

式中: 7为电机输出延迟时间。

对于延迟时间的处理,仍采用文献[12]所提出的 多模型方法予以处理。考虑到超声电机系统的 自身特性,根据文献[14],系统的噪声模型可做 如下分析:噪声如采用高斯分布的模型,可能存 在误差噪声的多次叠加,体现了量测噪声的正态 性,通常使用在具有全局线性的系统估计中,但 与超声电机离散加权多模型结构的设定并不完 全吻合。在建模过程中需要考虑到建模的鲁棒 性问题,因此用偏差的绝对值和作为标准,引人 拉普拉斯分布作为系统偏差设定;同时,考虑到 统计量自由度的问题,引入t分布进行参数估计, 而没有简单地使用不考虑自由度的正态分布假 设^[14]。进行这种设定主要是为了兼顾模型的精 度和鲁棒性能够得以改善。

超声电机的多模型线性贝叶斯时间序列模型结构与传统意义上的模型相似,与传统时间序列模型不同的是需要引入模型的似然函数^[15]:

$$L[\theta,\tau) = f(y_1, y_2, ..., y_{t-p} | \theta, \tau] \propto (\frac{\tau}{2\pi})^2 \cdot \exp\{-\frac{\tau}{2} \sum_{t=1}^n [y_t - (\theta_1 y_{t-1} + \theta_2 y_{t-2} + \dots + \theta_p y_{t-p})]^2\}$$
(2)

传统意义下,一般认为式(1)中向量**y**和**g**的 联合概率密度服从正态分布。然而这样的假设 与实际情况并不相符^[16]。因此在本文中将噪声 采样视为混合模态。各噪声分量v,的概率密度 函数为

$$p(v_t) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_t}} \exp\left(-\frac{v_t^2}{2\tau_t}\right) p(\tau_t) \mathrm{d}\tau_t \qquad (3)$$

根据贝叶斯估计基本原则,易知:

$$p(v_{t}) = \int_{0}^{+\infty} p(v_{t}, \tau_{t}) d\tau_{t}$$
$$= \int_{0}^{+\infty} p(v_{t} | \tau_{t}) p(\tau_{t}) d\tau_{t}$$
(4)

对比式(3)和式(4)可得:

$$p(v_t | \tau_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_t}} \exp\left(-\frac{v_t^2}{2\tau_t}\right)$$
(5)

设v_i服从拉普拉斯分布,则有:

$$p(\tau_t) = \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{v_t^2}{\sigma^2}\right) \tag{6}$$

 τ_{t} 服从以 σ^{2} 为参数的指数分布。

$$p(\tau_{t}) = \frac{\left[\frac{(v-2)\sigma^{2}}{2}\right]^{\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} \tau_{t}^{-\frac{v+2}{2}} \exp\left(-\frac{v-2}{2\tau_{t}}\sigma^{2}\right)$$
(7)

由此,系统的参数辨识问题可以归纳为对式 (1)中的参数g,进行贝叶斯估计:

$$\hat{g}_i = E\left[g_i \middle| \boldsymbol{y}, \boldsymbol{\theta}\right]$$
(8)

其中
$$\theta = [\alpha_1, \alpha_2, \tau_1, \dots, \tau_N]$$

式中: θ 为*N*+2维扩展参数向量; α_1 为后验调整因子; α_2 为边界限制因子, $\alpha_2 \in [0,1)_{\circ}$

在进行估计过程中,首先给出先验概率密度 函数:

$$p(\boldsymbol{\theta}) = p(\alpha_1)p(\alpha_2)\prod_{i=1}^{N}p(\tau_i)$$
(9)

根据贝叶斯估计理论,估计值依赖于参数向量 θ , 在估计过程中,向量维数扩展为包含参数 α_1, α_2 以及 τ_1, \dots, τ_N 的N+2维。在估计过程中,首先应计算 θ ,然后再代入式(9)进行估计。

1.2 对于扩展参数的后验最大化估计

对于已经扩展为*N*+2维参数向量*θ*,可利用 后验最大化估计的方法进行计算,即求^[17]:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \operatorname{argmaxlog} \left[p(\boldsymbol{y} | \boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta}) \right]$$
(10)
$$\exists \mathbf{p} : p(\boldsymbol{\theta}) \exists \mathbf{y} \in \mathcal{B}$$

利用 EM, 即期望最大化的方法进行计算。 具体的迭代公式如下:

$$\hat{\theta}(k+1) = \operatorname{argmax} Q[\theta, \hat{\theta}(k)]$$
 (11)

其中

$$Q = E_{p(g|y,\hat{\theta}(k))} \left[\sum_{t=1}^{N} \log p(\tau_t) + \log p(y, g|\theta) \right] (12)$$

对于线性系统来讲,输入输出之间的关系保 持线性关系,此时可引入下式作为约束评价指标:

 $\hat{\varepsilon}_{\iota}(k) = [y_{\iota} - \hat{y}_{\iota}(k)]^{2} + \hat{s}_{u}(k) \quad (13)$ $\vec{x} + : [y_{\iota} - \hat{y}_{\iota}(k)]^{2} \end{pmatrix}$ $\hat{s}_{u}(k) \end{pmatrix}$ $\hat{s}_{u}(k) \end{pmatrix}$

> 考虑到系统的不确定性,定义2个差分运算: $\delta \hat{q}(k) = \hat{q}(k) - \hat{q}(k-1)$ (14)

$$\hat{b}(k) = \hat{s}_{u}(k) - \hat{s}_{u}(k-1)$$
(14)
$$\hat{h}(k) = \hat{s}_{u}(k) - \hat{s}_{u}(k-1)$$
(15)

式(14)为当前参数 *θ* 冲激响应 *g* 的一阶差分, 而 式(15)为输入协方差的一阶差分。在此基础上, 可以定义冲激响应的后验差分平方和作为衡量 系统不确定性的指标, 即

$$\hat{d}_{i}(k) = \delta \hat{g}_{i}^{2}(k) + \hat{h}_{i}^{2}(k)$$
(16)

这样整个问题就化为在式(13)、式(16)的情况下,求取式(10)的解。根据文献[17]给出的数据更新方法,并结合贝叶斯估计理论,其数据更新可采取以下步骤:

由于依赖于噪声模型,对于N+2维扩展参数 向量 $\theta = [\alpha_1, \alpha_2, \tau_1, \dots, \tau_N$ 即的参数 τ_i 有:

$$\hat{\tau}_{i}^{k} = \begin{cases} \frac{\sigma^{2}}{4} \left(\sqrt{1 + \frac{8}{\sigma^{2}}} \hat{\varepsilon}_{i}^{k-1} - 1 \right) & \text{拉普拉斯分布} \\ \\ \frac{\hat{\varepsilon}_{i}^{k-1} + (v-2)\sigma^{2}}{v+3} & t \text{分布} \end{cases}$$
(17)

对于扩展参数的2个附加参数——后验调整 因子 α_1, α_2 有:

$$\hat{\alpha}_{1}^{k} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \hat{d}_{i}^{k-1} W_{\hat{a}_{2}^{k}}}{n}$$
(18)

其中

$$W_{\hat{a}_{2}^{k}} = \frac{1}{1-\alpha_{2}} \left[\alpha_{2}^{-1}, \cdots, \alpha_{2}^{1-n}, \alpha_{2}^{-n+1} (1-\alpha_{2}) \right]$$

从式(18)中可以看出, *a*₁依赖于*a*₂, 而边界 限制因子*a*₂, 计算如下式:

$$\hat{\alpha}_2 = \operatorname{argmin}Q(B) \tag{19}$$

从上述推证易见,对于系统模型的参数估计 就可以归结为:利用期望最大化方法(EM)求解 式(10)。在迭代过程中,比例因子的优化调整过 程如下:首先设定比例因子初值;然后根据先验 集合中的对应模型构成一个检测闭环系统,且跟 踪参考输入信号;此时先验模型的参数估计误差 依概率1应有:

$$\sum_{p=1}^{k} |e_{j}(p)| < \sum_{p=1}^{k} |e_{i}(p)| \quad k \ge k+1, \ i \ne j$$

如满足要求可进入式(16)进行运算,否则进行式 (11)的迭代运算,如不满足要求可继续进行迭 代,直到满足要求为止。系统辨识和建模的效果 在很大程度上取决于后验残差,即由式(13)和式 (16)所给出的评价指标。

在求解过程中引入的扩展参数变量——后验 调整因子α₁需要给出其解析形式,以便适配于噪 声模型;而对于边界限制因子α₂,则可以适当放 宽,并不需要其解析形式。

2 模型参数辨识算法及其鲁棒性

前已述及,超声电机的建模与系统辨识采用 线性模型的结构进行。由于有较大的数据量参 与对 N+2 维的参数进行辨识运算,且考虑到在辨 识过程中迭代运算的效率问题,有必要对式(8) 的参数进行降维处理。此外,在数据采集过程 中,野值会影响到噪声模型的分布函数,从而造 成辨识结果恶化。因此这两个问题是在辨识过 程中需要重点考虑的。

在1.1节对于式(8)的讨论,包含了N+2维的参数需要进行辨识估计,考虑到超声电机自身结构的 实际情况^[4-5],以及在辨识过程中的计算复杂性问题,需要对参数 $\theta = [\alpha_1, \alpha_2, \tau_1, \cdots, \tau_N]$ 中的 τ 类参数进行归约,具体归约的方法可根据式(17)~式(19)进行。

经过处理后,系统的参数可简化为

$$\boldsymbol{\theta} = [\alpha_1, \alpha_2, \gamma] \tag{20}$$

而此时,整个参数的维数降至*p*+2,其中,*p*<< N^[18]。将*k*维参数使用EM核方法进行*k*次迭代,

同时考虑到式(13),有:

$$\hat{\xi}_{i}^{(k)} = \left\| Y_{i} - \hat{Y}_{i}^{(k)} \right\|^{2} + \operatorname{tr}(\hat{S}_{ii}^{(k)})$$
(21)

式中:Y为输出变量; $\hat{S}_{ii}^{(k)}$ 为偏差的协方差阵。则降维后的估计参数y可依照以下规则进行更新:

$$\hat{\gamma}_{i}^{(k+1)} = \begin{cases}
\frac{m\sigma^{2}}{4} \left(\sqrt{1 + \frac{8}{m\sigma^{2}}} \hat{\xi}_{i}^{(k)} - 1 \right) & \text{拉普拉斯分布} \\
\frac{\hat{\xi}_{i}^{(k)} + (v-2)\sigma^{2}}{v+2+m} & t\text{分布}
\end{cases}$$
(22)

在更新过程中,γ应与非连续输出的量测值保持 一致。

特别的,当参数?的维数p=1,m=N时,不论 其为哪种分布,均退化为如下形式^[19]:

$$\hat{\gamma}_i^{(k+1)} \approx \sigma^2 \tag{23}$$

这样一来,其参数值可一致收敛至同一个值, 而其噪声方差也可以近似认为是其标称方差值。

经降维后,基于EM核方法的超声电机的模型参数估计(建模)算法流程如图1所示。



- 图1 超声电机 EM 核方法模型参数估计算法流程图
- Fig.1 The algorithm flow chart of model parameter prediction based on EM kernel for ultrasonic motor

由实验获取数据进行模型辨识,其模型的鲁 棒性是很重要的一个问题。模型的鲁棒性主要 是指:在发生在一定摄动下,维持其模型与过程 相互匹配的一种性能。使用时间序列等统计类 方法进行建模对于数据的要求比较高,而在实际 超声电机的建模过程中,由于测量仪器及手段所 引起的量测不精确使模型参数的实际值会偏离 其标称值数据^[20]。因此,有必要对模型辨识的鲁 棒性进行讨论。文献[20]证明量测噪声及其野 值对于模型鲁棒性有着很大影响。

在建模过程中,量测噪声的分布分别以正态 分布和t分布进行讨论,对于鲁棒性的衡量可引 入模型适配度来进行衡量:

$$F_{\text{model}} = 1 - \frac{\left\| g_i - \hat{g}_i \right\|}{\left\| g_i \right\|}$$
(24)

式中:||•||为范数,在计算中取为数据的2-范数。

3 实验系统构成及建模辨识结果

对于模型结构和算法的性能进行讨论后,随即进行相应超声电机的模型参数辨识实验研究。 本课题组与某公司合作,采用其生产的超声电机 (型号:IO.15042802)及驱动设备;本课题组进行 数据采集、系统总体集成及建模与参数估计算法 设计。通过数据采集/控制卡并经可编程模拟输 入信号线与驱动器进行无线通讯(以测试超声电 机的抗电磁干扰特性)。在信号输出端引出检测 信号经10倍衰减后输入泰克数字存储示波器 TDS1012B-SC,进行测试。

3.1 模型辨识的鲁棒性讨论

系统采集数据后,经数据采集卡传送至计算 机,上位机根据本文所述方法进行建模及参数辨 识。图3给出了该超声电机模型的频率特性。



Fig.2 The frequency characteristics of ultrasonic motor model

从图2中可以看出,电机模型的频率特性保 有足够的裕度。如有新的离群数据输入或模型 参数发生摄动时,模型也能在相应的频段保持良 好的鲁棒性。

在利用所采集的数据进行建模时,分别采用 物理机理建模、传统时间序列建模方法、BP神经 网络建模方法(其结构选为基本三层 BP 网络,训 练方法经过优化及综合对比,选其鲁棒性较强的 算法)、以及本文所述建模方法进行对比。数据 量为1k,分别以正态分布和t分布,利用式(24)分 别计算其适应度,得出箱体图如图3所示。



different distribution conditions 从图3中可以定性地看出:1)按照t分布进行

参数辨识与按照通常的正态分布进行参数辨识 相比,其模型参数适配度整体上要好,这证明了 本文1.1节所述结论的正确性,同时也印证了贝 叶斯估计的基本理论;2)从图2、图3中可以看 出,与物理机理建模、传统时间序列建模方法以 及 BP 神经网络建模方法所得出的参数相比,本 文所述方法具有较好的参数适配度,即参数的鲁 棒性较强。图3中相应的计算数据如表1所示。

_	
- 表 1	不同分布下建模算法的模型话配度比较
74 1	1月7月1天天开石的天生起及此我

Tab.1 Model fitness comparison among the modeling algorithm with the different distribution

Nt	机理	时间	神经	EM 核
万中	建模/%	序列/%	网路BP/%	方法/%
正态分布	77.06±6.81	82.34±4.23	83.56±8.04	84.95±5.33
t分布	87.06±6.79	89.1±6.45	89.65±10.4	92.56±4.94

从表1中可以定量地看出各算法的模型适配 度的明显差异。尽管本文所述的EM核方法在参 数辨识过程中模型适配度始终存在野值,但总体 上优于其他算法。

3.2 模型辨识的拟合精度

在得出模型后,对电机系统施加类冲激激励,使用图2所示系统进行数据采集。在实验过程中,选取了两组数据进行比较。这两组数据分别为:给定电压12V,控制占空比60%,折合电压7.2V,作为电机的低速段;另取给定电压16V,控制占空比100%,折合电压16V,作为电机高速段。然后使用本文所述模型进行数据计算,并与所采集的数据进行比较,其数据比较结果如图4所示。



图4a、图4d分别为低速段和高速段的实验总体结果。考虑到图形显示的问题,另取接近稳态时的实验结果放大显示于图4b、图4e。其中,图

4b为低速时的情况,图4e为高速时的情况。图 4c、图4f分别为电机在低速和高速运行时,实验 采集数据与模型计算数据的相对误差。从图4中 可以看出,本文所述的EM核建模方法与实验所 采集的数据误差小,具有较好的建模精度。

4 结论

超声电机是非电磁式的电机,针对在很多场 合物理机理建模存在建模精度不够和模型鲁棒 性较差的问题,本文利用EM核鲁棒建模方法对 超声电机进行建模研究。首先,对超声电机数据 建模的噪声的情况进行分析,采用拉普拉斯分布 和t分布作为其分布,运用贝叶斯参数估计理论 进行模型参数估计;其次,对于扩展参数的后验 最大化估计,使用EM,即期望最大化的方法进行 计算,得出了其基本理论公式和用于计算的迭代 公式,对模型进行降维处理,给出了建模流程;在 此基础上,构建了实验系统进行实验分析,对建 模方法的鲁棒性和精度进行了研究。经实验证 明本文所述的建模方法在超声电机的建模工作 中具有较好的精度和参数鲁棒性。

参考文献

- [1] 胡敏强,金龙,顾菊平.超声波电机原理与设计[M].北京: 科学出版社,2005.
- [2] Maeno T, Bogy D. Effect of Rotor/Stator Interface Condition Including Contact Type, Geometry, and Material on the Performance of Ultrasonic Motor [J]. IEEE Transactions on Ultrasonic Ferroelectrics Frequency Control, 1995, 116(3): 726-732.
- [3] Frangi A, Corigiliano A, Binci M, et al. Finite Element Modeling of a Rotating Piezoelectric Ultrasonic Motor [J]. Ultrasonics, 2005, 43(9): 747-755.
- [4] 刘锦波,陈永校.超声波电动机定子和转子接触的摩擦传动模型及其实验研究[J].中国电机工程学报,2000,20(4): 59-63.
- [5] 吴新开,何早红.行波型超声波电动机的模型研究[J].机 械工程学报,2011,41(2):57-60.
- [6] 吴新开.超声波电动机原理与控制[M].北京:中国电力出版社,2009.

- [7] 徐志科,胡敏强,莫岳平,等.超声波电动机定子支撑对其
 性能影响的有限元分析[J].电工技学报,2004,19(2):10 14.
- [8] Erdal Bekirroglu. Ultrasonic Motors: Their Models, Drives, Controls[J]. Journal of Electroceramics, 2008, 20(3): 277-286.
- [9] 张建桃,张铁民,梁莉.超声电机非线性建模和广义预测 控制[J].电机与控制学报,2011,15(6):50-56.
- [10] Lunn D, Jackson C, Best N, et al. The BUGS Book: A Practical Introduction to Bayesian Analysis[M]. London/Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2012.
- [11] 樊重俊,姚莎.贝叶斯时间序列方法研究与应用评述[J]. 统计与决策,2009,15(6):158-161.
- [12] 张维存.参数不确定离散随机系统的加权多模型自适应控制[J].自动化学报,2015,41(3):541-550.
- [13] Ghouti N E. Hybrid Modeling of a Traveling Wave Piezoelectric Motor[D]. Denmark: Aalborg University, 2000.
- [14] Bottegal G, Pillonetto G. Regularized Spectrum Estimation Using Stable Spline Kernels[J]. Automatica, 2013,49(11): 3199-3209.
- [15] Pillonetto G, Chiuso A, De Nicolao G. Prediction Error Identification of Linear Systems: a Nonparametric Gaussian Regression Approach[J]. Automatica, 2011,47(2):291-305.
- [16] 郑进城,朱慧明.基于MCMC方法的贝叶斯AR(p)模型分 析[J].统计与决策,2005,20(5):4-6.
- [17] Pillonetto G, Chiuso A. Tuning Complexity in Kernel-based Linear System Identification: The Robustness of the Marginal Likelihood Estimator [C]// Proceedings of the 2014 European Control Conference, 2014:517-524
- [18] Giulio Bottegal, Aleksandr Y Aravkin, Chiuso A, et al. Robust EM Kernel-based Methods for Linear System Identification[J]. Automatica, 2016,67(1):114-126.
- [19] Chen T, Ljung L. Implementation of Algorithms for Tuning Parameters in Regularized Least Squares Problems in System Identification[J]. Automatica, 2013, 49(7):2213-2220.
- [20] Chen T, Ljung L. Constructive State Space Model Induced Kernels for Regularized System Identification [C]// In Proceedings of the 19th IFAC World Congress, Cape Town, South Africa, 2014;623-634.
- [21] Pillonetto G, Dinuzzo F, Chen T, et al. Kernel Methods in System Identification, Machine Learning and Function Estimation: A Survey[J]. Automatica, 2014, 50(3): 657-682.

收稿日期:2018-11-02 修改稿日期:2019-01-14