

# 基于PSO的永磁同步电机分数阶滑模控制器设计

王东,宋保业

(山东科技大学 电气与自动化工程学院,山东 青岛 266590)

**摘要:**针对永磁同步电机提出了一种分数阶滑模控制器,将整数阶滑模流形面推广到分数阶滑模流形面,根据永磁同步电机的数学模型建立控制器的输出模型,采用Lyapunov理论来验证分数阶滑模控制器的稳定性。采用PSO智能算法对分数阶滑模控制器的参数进行寻优,然后在Matlab/Simulink平台上搭建模型,对所提出的分数阶滑模控制器进行仿真分析,其结果显示,分数阶滑模控制器比整数阶滑模控制器具有更好的抗扰动能力和误差精度。

**关键词:**永磁同步电机;分数阶滑模控制器;智能算法

**中图分类号:**TM301.2

**文献标识码:**A

**DOI:**10.19457/j.1001-2095.dqed19609

## Design of Fractional-order Sliding Mode Controller for Permanent Magnet Synchronous Motor Based on PSO

WANG Dong, SONG Baoye

(College of Electrical Engineering and Automation, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, Shandong, China)

**Abstract:** A fractional-order sliding mode controller(FOSMC) was proposed for permanent magnet synchronous motor(PMSM), which extended the integer-order sliding mode manifold surface to the fractional-order sliding mode manifold surface. The output model of the controller was established based on the mathematical model of the PMSM, and the stability of the FOSMC was verified based on Lyapunov theory. The PSO intelligent algorithm was adopted to optimize the parameters of the FOSMC. Then the model was built on the Matlab/Simulink platform, and the proposed FOSMC was simulated and analyzed. The results show that FOSMC has better anti-disturbance capability and error precision than the integer-order sliding mode controller.

**Key words:** permanent magnet synchronous motor(PMSM); fractional-order sliding mode controller(FOSMC); intelligent algorithm

永磁同步电机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)在高性能的控制领域占有至关重要的地位。永磁同步电机采用磁场定向控制或者矢量控制使得电机能够平稳地启动和加速,但是在实际应用中由于永磁同步电机本身的一些原因(如温度变化、磁场饱和度变化等)和额外的负载扰动都会导致电机性能的下降。

由于PI控制器具有结构简单、算法简单的优点,目前永磁同步电机的控制器大多数采用PI控制器<sup>[1]</sup>。但是由于永磁同步电机是一个强耦合非

线性的多变量系统,当永磁同步电机的内部参数发生变化时,PI控制器往往不能满足电机调速的要求。滑模控制器<sup>[1]</sup>(sliding mode controller, SMC)具有对扰动参数不敏感、响应速度快等优点,因此广泛地用于永磁同步电机的控制系统。分数阶滑模控制器<sup>[2]</sup>(fractional-order sliding mode controller, FOSMC)是近几年来提出的一种新型控制器,能够提高永磁同步电机的调速性能。从而,分数阶滑模控制器的设计和参数整定方面的研究引起了国内外学者的广泛关注。

**基金项目:**国家自然科学基金(61703242)

**作者简介:**王东(1992—),女,硕士研究生,Email:1032068018@qq.com

**通讯作者:**宋保业(1982—),男,博士,讲师,Email:songbaoye@sdust.edu.cn

文献[2]对PMSM的速度误差进行积分,设计了一种非线性的滑模面,并在Matlab上进行了仿真和分析,结果表明所设计的控制器调节能力比PI控制器更好;文献[3]对永磁同步电机滑模控制器的符号函数进行改进,采用分数阶的符号函数减小抖振程度提高响应速度;文献[4]把传统的滑模控制器的趋近律改进为分数阶趋近律,并进行仿真分析,结果表明分数阶滑模控制器能够更好地提高系统整体的控制精度;文献[5]对永磁同步电机提出了一种基于滑模变结构的直接转矩控制,对传统的直接转矩控制进行改进,改进结果表明此控制器具有较强的鲁棒性和优良的动态性能。以上文献以PMSM为控制对象,设计分数阶滑模控制器并进行实验和仿真,验证了分数阶滑模控制器能满足PMSM高精度控制的要求,但是控制器的参数整定仍然是一个较为困难的问题。

针对以上不足,本文提出了一种基于PSO算法的分数阶滑模控制器设计方法。首先,采用PSO算法来优化分数阶滑模控制器的参数;然后,将分数阶滑模控制器用于Matlab/Simulink中永磁同步电机的速度环中,对永磁同步电机的速度跟随性能进行研究;最后,将分数阶滑模控制器控制的永磁同步电机的速度跟随性能与传统的滑模控制器的跟随性能进行了比较,验证了分数阶控制器具有较高的控制性能。

### 1 分数阶微积分的定义

在分数阶微积分定义中<sup>[6]</sup>,使用 ${}_a D_t^\lambda$ 来表示分数阶基本算子,有如下定义:

$${}_a D_t^\lambda = \begin{cases} \frac{d^\lambda}{dt^\lambda} & \lambda > 0 \\ 1 & \lambda = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\lambda} & \lambda < 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $t, a$ 为算子的上、下限; $\lambda$ 为算子的阶数。最常见的分数阶微积分定义有2种:Grunwald-Letnikov (GL)定义和Riemann-Liouville (RL)定义,其中GL定义为

$${}_a D_t^\lambda f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\lambda} \sum_{j=0}^{[(t-a)/h]} (-1)^j \binom{\lambda}{j} f(t-jh) \quad (2)$$

式中: $h$ 为步长。

RL定义为

$${}_a D_t^{-\lambda} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\lambda)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\lambda-n+1}} d\tau \quad (3)$$

其中

$$0 < \alpha < 1 \quad n-1 < \lambda < n$$

式中: $\Gamma(\cdot)$ 为Gamma函数。

当初始条件为零时,其拉普拉斯变换如下式所示:

$$L[{}_a D_t^\lambda f(t)] = s^\lambda F(s) \quad (4)$$

式中: $F(s)$ 为 $f(t)$ 的拉普拉斯变换。

## 2 分数阶滑模控制器的设计

### 2.1 三相永磁同步电机的数学模型

为了便于控制器的设计,本文考虑表贴式永磁同步电机。为了简化分析,假设三相永磁同步电机为理想电机且满足下列条件:1)忽略电机铁心的饱和;2)忽略电机中的涡流和磁滞损耗;3)电机中的电流为对称的三相正弦波电流。

采用 $i_d=0$ 的控制策略,永磁同步电机在 $d-q$ 坐标下的数学模型如下:

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d - \omega_e L_q i_q + L_d \frac{di_d}{dt} \\ u_q = R_s i_q + \omega_e (L_d i_d + \Psi_f) + L_q \frac{di_q}{dt} \\ T_e = \frac{3}{2} p_n i_q [\Psi_f + (L_d - L_q) i_d] \end{cases} \quad (5)$$

式中: $u_d, u_q$ 分别为 $d, q$ 轴的电压分量; $T_e$ 为电磁转矩; $R_s$ 为定子电阻; $i_d, i_q$ 分别为 $d, q$ 轴的电流分量; $L_d, L_q$ 分别为 $d, q$ 轴的电感; $p_n$ 为极对数; $\Psi_f$ 为永磁磁链; $\omega_e$ 为电角速度。

由于本文所采用的电机为表贴式电机,因此 $L_d=L_q$ ,故电磁转矩可表示为

$$T_e = \frac{3}{2} p_n \Psi_f i_q \quad (6)$$

其机械运动方程如下:

$$T_e - T_L = J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (7)$$

式中: $T_L$ 为负载转矩; $\omega_m$ 为转子机械角速度; $J$ 为转动惯量。

### 2.2 永磁同步电机的状态方程

永磁同步电机控制器的设计目标为使电机转速 $\omega_m$ 跟随所期望的信号 $\omega_{ref}$ 。令

$$\begin{cases} x_1 = \omega_{ref} - \omega_m \\ x_2 = \dot{x}_1 = -\dot{\omega}_m \end{cases} \quad (8)$$

式中: $x_1, x_2$ 为永磁同步电机的状态变量。

把式(7)代入式(8)可得:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\dot{\omega}_m = -\frac{p_n}{J} \left( \frac{3}{2} p_n \Psi_f i_q - T_L \right) \\ \dot{x}_2 = -\frac{3p_n^2}{2J} \Psi_f i_q \end{cases} \quad (9)$$

### 2.3 整数阶滑模控制器的设计

滑模控制器的设计通常分为2步,第1步是滑模面的设计,系统在滑模面上的运动必须满足所设计的要求;第2步是控制律的设计,使系统的状态变量由任意未知的初始状态在有限的时间内到达滑模面<sup>[7]</sup>。传统的整数阶滑模面  $s$  的设计如下所示:

$$s = cx_1 + x_2 \quad (10)$$

式中:  $c$  为待定常数。

对式(10)进行求导可得:

$$\dot{s} = c\dot{x}_1 + \dot{x}_2 = cx_2 + \dot{x}_2 = cx_2 - \frac{3p_n^2}{2J}\Psi_f i_q \quad (11)$$

本文所采用的趋近律为指数趋近律如下所示:

$$\dot{s} = -\varepsilon \operatorname{sgn}(s) - ks \quad (12)$$

式中:  $\varepsilon, k$  为常数;  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  为符号函数。

$\operatorname{sgn}(\cdot)$  定义如下式所示:

$$\operatorname{sgn}(s) = \begin{cases} 1 & s > 0 \\ 0 & s = 0 \\ -1 & s < 0 \end{cases} \quad (13)$$

根据式(11)和式(12)可得控制器的输出如下式所示:

$$i_q = \frac{2J}{3p_n^2\Psi_f} \int [cx_2 + \varepsilon \operatorname{sgn}(s) + ks] dt \quad (14)$$

对于整数阶滑模控制器采用李雅普诺夫稳定性理论进行稳定性分析,选择李雅普诺夫函数:

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (15)$$

根据状态变量到达滑模面的条件  $s\dot{s} < 0$ , 从式(10)和式(12)可得:

$$\dot{V} = s\dot{s} = s[-\varepsilon \operatorname{sgn}(s) - ks] \quad (16)$$

其中,  $\varepsilon, k$  为正数,可以很明显得出  $s\dot{s} < 0$ , 因此此系统是满足稳定性的。

### 2.4 分数阶滑模控制器的设计

本文所采用的分数阶滑模面<sup>[8]</sup>如下所示:

$$s = k_p x_1 + k_d D^\mu x_1 = k_p x_1 + k_d D^{\mu-1} x_2 \quad (17)$$

式中:  $k_p, k_d$  为比例和微分增益;  $D^{\mu-1}$  为分数阶微积分算子;  $\mu$  为分数阶的阶数。

对式(17)进行求导可得:

$$\dot{s} = k_p \dot{x}_1 + k_d D^{\mu+1} x_1 = k_p x_2 + k_d D^{\mu-1} \dot{x}_2 \quad (18)$$

采用指数趋近律:

$$\dot{s} = -\varepsilon \operatorname{sgn}(s) - ks \quad (19)$$

根据式(18)和式(19)可得:

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{k_d} D^{1-\mu} [-k_p x_2 - \varepsilon \operatorname{sgn}(s) - ks] \quad (20)$$

由式(19)可知:

$$\dot{x}_2 = -\frac{3p_n^2}{2J}\Psi_f i_q \quad (21)$$

假设  $k_d$  的值为1,故根据式(20)和式(21)可得控制器的输出为

$$i_q = \frac{2J}{3p_n^2\Psi_f} D^{-\mu} [k_p x_2 + \varepsilon \operatorname{sgn}(s) + ks] \quad (22)$$

对于分数阶滑模控制的滑模面采用李雅普诺夫稳定性理论进行稳定性分析,取函数同式(15),则

$$\dot{V} = s\dot{s} = s(k_p x_2 + k_d D^{\mu-1} \dot{x}_2) \quad (23)$$

把式(20)代入式(23)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = s\dot{s} &= s \{ k_p x_2 + [-k_p x_2 - \varepsilon \operatorname{sgn}(s) - ks] \} \\ &= s[-\varepsilon \operatorname{sgn}(s) - ks] \end{aligned} \quad (24)$$

式中:  $\varepsilon, k$  为正整数。

所以从式(24)可以得出  $\dot{V} < 0$ , 因此可以判定此系统是满足稳定性要求的。

## 3 控制系统参数整定

### 3.1 控制对象

所采用的控制对象为三相交流永磁同步电机,其参数如下:定子电阻为  $2.875 \Omega$ , 定子和转子电感  $L_d=L_q=8.5 \text{ mH}$ , 励磁磁链  $\Psi_r=0.175 \text{ Wb}$ , 转动惯量  $J=0.008 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ , 极对数  $p_n=4$ 。电流环为整数阶控制器,采用工程化的最优化方法得电流环控制器  $K_{pi}=17.85, K_{ii}=6\ 037.5$ 。电流环控制的永磁同步电机的模型为机械环节模型,采用  $i_d=0$  的矢量控制策略,采用双闭环控制<sup>[9-10]</sup>, 简化后的转速环系统结构如图1所示。图1中,  $G_c(s)$  为电流环控制器;  $G_v(s)$  为速度环控制器;  $T_d$  为系统的扰动;  $C_T$  为转矩灵敏度,一般  $C_T = 1.5p_n\Psi_r$ 。

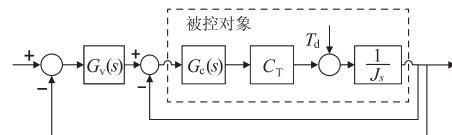


图1 电流环的简化结构图

Fig.1 Simplified block diagram of the current loop

图1所示虚线内为速度环的控制对象,通过电流的反馈来进行电流调节,  $d$  轴和  $q$  轴的电流控制器均采用整数阶比例积分形式,经过一系列的运算可得出本文中的控制对象的传递函数为

$$G(s) = \frac{1050}{0.000\ 476s^2 + s} \quad (25)$$

### 3.2 粒子群优化算法

粒子群优化算法的思想来源于鸟类的活动。粒子群优化算法把鸟类的种群看作是随机粒子,

把鸟群的飞行空间看作是搜索空间,鸟类寻找食物的过程为寻求最优解的过程,从而把复杂的求解问题模拟为生物的一种自然活动,粒子群算法参数少,易于理解,因此能够广泛地应用于非线性高耦合的系统。粒子群优化算法在一个多维的搜索空间中,初始化一群随机粒子,然后通过迭代寻求个体极值和全局极值。在找到2个最优值时,粒子更新自己的速度和位置采用下式:

$$v_{ij}(t+1) = \omega \times v_{ij}(t) + c_1 r_1(t) [p_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2 r_2(t) [p_{gj}(t) - x_{ij}(t)] \quad (26)$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1) \quad (27)$$

式中: $c_1, c_2$ 为学习因子,也称为加速常数; $r_1, r_2$ 为 $[0, 1]$ 范围内的随机数; $\omega$ 为惯性权重; $v_{ij}$ 为第*i*个粒子的速度的第*j*维; $x_{ij}$ 为第*i*个粒子的位置的第*j*维; $p_{ij}$ 为第*i*个粒子自身的历史最优位置的第*j*维; $p_{gj}$ 为粒子在种群中的历史最优位置的第*j*维。

PSO算法的流程如下:

- 1)初始化粒子群。
- 2)计算每个粒子的适应度值。
- 3)对每个粒子,用它的适应度值和个体极值作比较,如果适应度值小于个体极值,则用适应度值代替个体极值。
- 4)对于每个粒子,用它的适应度值和全局极值作比较,如果适应度值小于全局极值,则用适应度值代替全局极值。
- 5)迭代更新粒子的速度和位置。
- 6)进行边界的处理。
- 7)判断算法终止条件是否满足,如果是,则结束算法并输出最优结果,否则返回步骤2)。

在 Simulink 中基于改进的 PSO 算法的分数阶滑模控制器参数整定的框图如图2所示。

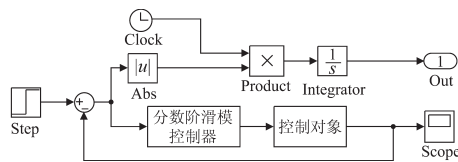


图2 控制器参数整定系统框图

Fig.2 The block diagram of controller parameter setting system

图2中,控制对象为电流环的传递函数,控制器有各种性能指标<sup>[11]</sup>,如绝对误差积分(IAE)、误差平方积分(ISE)等。ISE和IAE具有相对较少的超调,但它们会随着时间的推移统一计算误差,所以平稳时间会很长,如果使用积分时间加权平方误差(ITSE)则可以消除前面所说的缺点,但是不能满足期望的稳定性要求。所以,采

用积分时间加权绝对误差(ITAE),其优点是产生较小的振荡和超调,ITAE准则如下式所示:

$$J_{ITAE} = \int_0^{\infty} t|e(t)|dt \quad (28)$$

式中: $e(t)$ 为系统的期望输出与实际输出之间的误差。

在 Matlab/Simulink 仿真平台中分数阶滑模控制器的模块构造如图3所示。

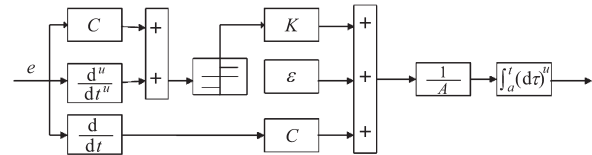


图3 分数阶滑模控制器结构图

Fig.3 Structure of fractional-order sliding mode controller

### 3.3 仿真模型的介绍

本文所采用的电机模型为永磁同步电机的简单模型<sup>[12]</sup>,永磁同步电机所采用的控制是  $i_d=0$  的矢量的双闭环控制,其中电流环为整数阶 PI 控制器,速度环使用的是分数阶滑模控制器<sup>[13]</sup>。PMSM 的数学模型采用的是基于 S 函数的模型,此模型忽略了 PWM 逆变器的影响,此模块与 Simulink 中的可视化模块相比,该方法相对来说更为简单,检查更方便。如图4所示,PMSM 的模型为 Matlab/Simulink 中的 S-Function 模块。

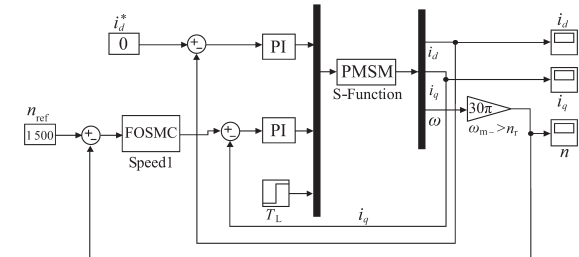


图4 永磁同步电机的结构框图

Fig.4 Block diagram of permanent magnet synchronous motor

为了进行比较,我们采用相同的电流内环,采用的转速  $n_{ref}$  为 1500 r/min;负载转矩  $T_L$  初始值设为 0,当  $t=0.05$  s 时,  $T_L$  为 10 N·m。

## 4 仿真与分析

本文所采用的是三相永磁同步电机,根据以上的粒子群算法其参数的设定如下:惯性因子  $\omega_{max}=0.8, \omega_{min}=0.4$ ;加速常数  $c_1=c_2=1.5$ ;粒子群的规模 300;维数 3;种群的迭代次数 150;粒子的上限值 [2 2 2],粒子的下限值 [0 0 0]。

根据智能算法的参数我们可求得分数阶滑模控制器的参数  $\mu$  的值为 1.015,  $k$  的值为 800,  $k_p$

的值为100,  $\varepsilon$  的值为200。分数阶滑模控制器和传统的滑模控制器转速的对比如图5所示。

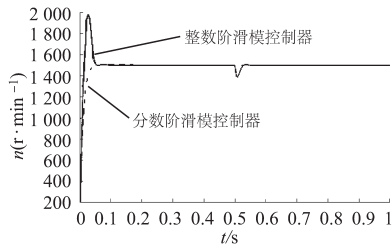


图5 分数阶滑模控制器和整数阶滑模控制器转速比较图

Fig.5 Speed comparison of fractional-order sliding mode controller and integer-order sliding mode controller

为了证明分数阶控制器具有良好的控制效果,表1列出了永磁同步电机转速的主要性能指标。

表1 性能比较

Tab.1 Performance comparison

参数名称	峰值时间 $t_p/s$	调节时间 $t_s/s$	超调量/%
整数阶滑模控制器	0.027	0.06	21.2
分数阶滑模控制器	-	0.05	-

分数阶滑模控制器和整数阶滑模控制器的转速误差的比较如图6所示。

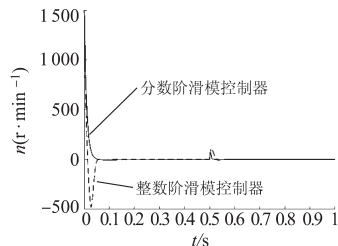


图6 分数阶滑模控制器和整数阶滑模控制器转速误差比较图

Fig.6 Speed error comparison of fractional-order sliding mode controller and integer-order sliding mode controller

由图5、图6可以得出:分数阶滑模控制器在调节时间上比整数阶滑模控制器快,而且超调量低,误差控制精度高,这说明在永磁同步电机的调速中,分数阶滑模控制器在快速性和稳定性上都优于传统的滑模控制器,分数阶滑模控制器更适合应用到要求精度高的系统中。

## 5 结论

本文根据滑模控制器的特点,经过一系列的计算求出分数阶滑模控制器的输出公式,建立数学模型,然后采用永磁同步电机的简单模型为控制对象,并求出永磁同步电机的速度环的传递函

数。采用一种改进的PSO算法来整定分数阶滑模控制器的参数。在Matlab的仿真平台上分别采用分数阶滑模控制器和传统的滑模控制器对永磁同步电机进行控制,通过对比两种不同类型的滑模控制器的转速和转速误差的波形,可以发现,分数阶滑模控制器比传统滑模控制器拥有更好的快速性和稳定性,分数阶滑模控制器适合于高性能要求的控制系统中。

## 参考文献

- [1] 王丽梅,郑浩,贾启. 永磁同步平面电动机滑模控制器设计[J]. 电机与控制学报, 2014, 18(7): 101-106.
- [2] 张碧陶,皮佑国. 基于分数阶滑模控制技术的永磁同步电机控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(9): 1194-1197.
- [3] Farazdaq R. Design of Fuzzy-like Position Controller for Permanent Magnet Stepper Motor[J]. Iraqi Journal of Computers, Communication and Control & Systems Engineering, 2016, 16(1): 84-91.
- [4] 黄家才,施昕昕,李宏胜,等. 永磁同步电机调速系统的分数阶积分滑模控制[J]. 吉林大学学报, 2014, 44(6): 1736-1742.
- [5] 郑美茹,王圣,王丰,等. 基于分数阶次符号函数的永磁同步电机滑模控制技术[J]. 电工技术学报, 2017, 32(9): 56-62.
- [6] 宋申民,邓立为,陈兴林. 分数阶微积分在滑模控制中的应用特性[J]. 中国惯性技术学报, 2014, 22(4): 439-444.
- [7] 韩维敏,李世军. 基于滑模变结构的永磁同步电机(PMSM)直接转矩控制[J]. 电气传动, 2017, 47(3): 8-11.
- [8] 薛定宇. 控制系统计算机辅助设计—MATLAB语言与应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2012.
- [9] 刘京,李洪文,邓永停. 基于新型趋近律和扰动观测器的永磁同步电机滑模控制[J]. 工程科学学报, 2017, 44(6): 934-944.
- [10] Huang Jiakai, Li Hongsheng, Teng Fulin, et al. Fractional Order Sliding Mode Controller for the Speed Control of a Permanent Magnet Synchronous Motor[C]//24th Chinese Control and Decision Conference, China: IEEE Press, 2012: 1203-1208.
- [11] Taesu Kang, Min-Seok Kim, Sa Young Lee. Modeling and a Simple Multiple Model Adaptive Control of PMSM Drive System[J]. Journal of Power Electronics, 2017, 17(2): 442-452.
- [12] 余伟,皮佑国. 永磁同步电机的分数阶建模与实验分析[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2013, 41(8): 55-60.
- [13] Lakhdar Chaib, Abdelghani Choucha, Salem Arif. Optimal Design and Tuning of Novel Fractional Order PID Power System Stabilizer Using a New Meta-heuristic Bat Algorithm[J]. Ain Shams Engineering Journal, 2017, 8(2): 113-125.

收稿日期:2018-10-17

修改稿日期:2019-01-30