# 基于 ELMD-SVD 和 Prony 的谐波间谐波检测方法

# 刘士绮,王雅静,梅宇,张祥珂,施瑶,窦震海

(山东理工大学 电气与电子工程学院,山东 淄博 255049)

摘要:为了解决噪声干扰 Prony 算法提取谐波参数问题,提出了一种集成局部均值分解(ELMD)-奇异 值分解(SVD)-Prony 的谐波分析方法(ELMD-SVD-Prony)。首先采用 ELMD 分解含噪信号,对获得的一系 列乘积函数(PF)采用 K-L 散度来确定含噪分量与有效分量之间的分界点,去除噪声分量并保留有效分量, 对有效分量通过相空间重构 Hankel 矩阵,运用奇异值分解进行二次降噪并重构。最后将重构的信号与 ELMD 余项叠加得到去噪后的谐波信号,结合 Prony 算法检测谐波的频率、幅值与相位。仿真实验结果表 明,该方法能有效降噪并提取谐波特征参数。

关键词:集成局部均值分解;奇异值分解;Prony算法;K-L散度;降噪;谐波检测 中图分类号:TM935 文献标识码:A DOI:10.19457/j.1001-2095.dqcd22826

Harmonic and Inter-harmonic Detection Method Based on ELMD-SVD and Prony Algorithm LIU Shiqi, WANG Yajing, MEI Yu, ZHANG Xiangke, SHI Yao, DOU Zhenhai (School of Electrical and Electronic Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049, Shandong, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of extracting harmonic parameters by noise interference Prony algorithm, a harmonic analysis method based on ensemble local mean decomposition (ELMD), singular value decomposition (SVD) and Prony was proposed. Firstly, the noisy signal was decomposed by ELMD, and the demarcation point between the noisy component and the effective component was determined by Kullback-Leibler divergence for a series of product functions (PF). The noise component was removed and the effective component was retained. The Hankel matrix was reconstructed through the phase space for the effective component, and SVD was used for secondary noise reduction and reconstruction. Finally, the reconstructed signal was superimposed with the ELMD remainder to get the de-noised harmonic signal, which was combined with the Prony algorithm to detect the frequency, amplitude and phase of the harmonic. It shows that this method can effectively reduce noise and extract harmonic characteristic parameters through the simulation experiment results.

**Key words:** ensemble local mean decomposition (ELMD) ; singular value decomposition (SVD) ; Prony algorithm; Kullback-Leibler divergence; denoising; harmonic detection

近年来,随着新能源领域的发展以及非线性 负荷和电力电子设备的大量使用,导致了电力系 统信号中主要由谐波和间谐波引起的波形失真。 为了保证输配电网的电能质量,必须对电力信号 的谐波进行有效的检测与分析<sup>[1]</sup>。目前,常用的 谐波检测的方法主要有快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)<sup>[2]</sup>、小波变换<sup>[3]</sup>、Prony 算 法<sup>[4]</sup>、希尔伯特-黄变换(Hilbert-Huang transform, HHT)<sup>[5]</sup>等。其中FFT具有频谱泄露、栅栏效应等 问题,且不能处理非线性和非平稳信号。小波变 换具有多分辨率特性,可分析非平稳、非线性信 号,但是其结果不是实时频谱,不适合于直观分 析,此外其分辨率取决于不同母小波的选择,且 基函数的选择也尚无明确理论指导<sup>[6]</sup>。基于经验

基金项目:山东省重点研发计划(2019GGX104025)

作者简介:刘士绮(1996—),男,硕士, Email:1119805906@qq.com

通讯作者:王雅静(1971一),女,博士,教授,Email:wangyajing@sdut.edu.cn

模态分解(empirical mode decomposition, EMD)的 HHT方法可将原始信号分解成一系列固有模态 函数(intrinsic mode functions, IMFs), 然后用希尔 伯特变换(Hilbert transform, HT)对其进行分析, 但EMD存在过度分解、模态混叠和端点效应等 问题<sup>[7]</sup>。

Prony方法具有频率分辨率高和计算简单的 优点,但其对噪声非常敏感<sup>(4)</sup>,对待检测信号的信 噪比要求较高,通常需结合降噪算法对信号进行 预处理。

为解决噪声对 Prony 算法在谐波参数辨识时 的影响,文献[8]提出先将信号进行EMD分解去掉 噪声 IMF 分量, 然后进行 Prony 分析的方法, 但 EMD存在虚假分量、模态混叠、端点效应等问题, 去噪的同时也丢失了大量有效信息。文献[9]采 用集成经验模态分解(ensemble empirical mode decomposition, EEMD)降噪方法, EEMD抑制了 EMD存在的模态混叠效应,提高了去噪效果,但 EEMD的白噪声辅助分析方法可能造成更多虚假 IMF分量。局部均值分解(local mean decomposition,LMD)是一种新的时频分析方法,由Jonathan S Smith<sup>[10]</sup>于2005年提出,它可以将复杂的多分量 信号自适应分解成一组由高频到低频排列的乘 积函数,由于不需进行希尔伯特变换,从而有效 地避免了 EMD 和 EEMD 的无法解释的负频率问 题,且抑制端点效应和模态混叠能力均强于 EMD<sup>[11]</sup>。文献[12]提出LMD与奇异值分解(singular value decomposition, SVD)结合的微震信号降 噪方法,由于LMD规避了EMD的诸多缺陷,相比 以上算法进一步提高了降噪效果,但仍无法完全 消除模态混叠对降噪带来的负面影响。集成局 部均值分解(ensemble local mean decomposition, ELMD)是基于LMD并结合EEMD的白噪声方法 提出的一种改进算法<sup>[13]</sup>,该方法抑制了LMD的模 态混叠效应同时不存在EEMD的虚假分量问题。

本文提出一种基于 ELMD-SVD 和 Prony 的谐 波检测方法,先利用 ELMD 的高通和一系列带通 滤波器的滤波器组结构对电力系统信号进行初 步降噪,再用奇异值分解针对残留噪声进行二次 降噪,最后对降噪后信号利用 Prony 提取信号参 数。仿真结果表明,该方法能最大程度滤除噪声 且保留信号原始特征,准确的辨识出谐波信号的 幅值、频率和相位参数。

# 1 基本原理

# 1.1 Prony算法基本原理

Prony方法采用一组指数函数的线性组合来 拟合周期抽样数据。假设一个谐波信号由具有 任意幅度、任意相角和任意衰减阶乘的p个指数 函数组成。离散时间函数形式的数学模型为

$$\hat{\boldsymbol{x}}(n) = \sum_{i=1}^{p} b_i z_i^n \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$
 (1)

其中  $b_i=A_i\exp(j\theta_i) z_i=\exp[(\alpha_i+j2\pi f_i)\Delta t]$ 式中: $\hat{x}(n)$ 为离散时间函数x(n)的近似解;N为 采样点的数目; $b_i$ 和 $z_i$ 为负数; $A_i$ 为幅值; $\theta_i$ 为相 角; $\alpha_i$ 为衰减因子; $f_i$ 为频率; $\Delta t$ 为采样间隔。

将式(1)变换为矩阵形式,如下所示:

$$z = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_p \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-2} & \cdots & z_p^{N-1} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix}$$
$$\hat{x} = [\hat{x}(0) \quad \hat{x}(1) \cdots \hat{x}(N)]^{\mathrm{T}} \quad (3)$$

 $zb = \hat{x}$ 

(2)

将目标函数构造为

$$\varepsilon = \sum_{n=0}^{N-1} |\mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}(n)|^2$$
(4)

为得到参数 $A_i$ , $\theta_i$ , $\alpha_i$ 和 $f_i$ ,需要求解一个非线性最小二乘方程。为了推导线性微分方程,我们定义特征多项式如下,其中, $a_0$ =1。

$$\Psi(z) = \prod_{i=1}^{p} (z - z_i) = \sum_{i=0}^{p} a_i z^{p-i}$$
(5)

由式(1),我们有:

$$\hat{\mathbf{x}}(n-k) = \sum_{i=1}^{p} b_i z_i^{n-k} \qquad 0 \le n-k \le N-1 \quad (6)$$

将实际测量数据x(n)与其近似值 $\hat{x}(n)$ 之间的误差定义为e(n),然后有:

 $x(n) = \hat{x}(n) + e(n)$  n = 0,1,…,N - 1 (7) 得到:

$$\boldsymbol{x}(n) = -\sum_{i=1}^{p} a_{i} \hat{\boldsymbol{x}}(n-i) + \boldsymbol{e}(n)$$
$$= -\sum_{i=1}^{p} a_{i} \boldsymbol{x}(n-i) + \sum_{i=0}^{p} a_{i} \boldsymbol{e}(n-1) \quad (8)$$

为了避免求解非线性方程,我们将误差定义如下:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(n) = \sum_{i=0}^{p} a_i \boldsymbol{\varepsilon}(n-i) \tag{9}$$

将式(8)转换为

$$\boldsymbol{x}(n) = -\sum_{i=1}^{p} a_i \boldsymbol{x}(n-i) + \boldsymbol{\varepsilon}(n)$$
(10)

用总体最小二乘法求解系数 $a_1, a_2, \dots, a_p$ ,然 后我们可以得到根 $z_1, z_2, \dots, z_p$ 的特征多项式 $\Psi(z_i)$ = $0_0$ 

将
$$z_1, z_2, \dots, z_p$$
代人式(1),最小二乘解为  
 $\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{z}^{\mathsf{H}}\boldsymbol{z})^{-1}\boldsymbol{z}^{\mathsf{H}}\hat{\boldsymbol{x}}$  (11)

最后,得到谐波参数如下:

$$\begin{aligned} A_i &= |b_i| \\ \theta_i &= \arctan(\operatorname{Im}(b_i)/\operatorname{Re}(b_i))/(2\pi\Delta t) \\ \alpha_i &= \operatorname{Im}(z_i)/\Delta t \end{aligned} \tag{12}$$

$$f_i = \arctan(\operatorname{Im}(z_i)/\operatorname{Re}(z_i))/(2\pi\Delta t)$$

Prony 算法计算简单且分辨率高,但对噪声 极其敏感,所以在Prony分析前需对电力系统信 号进行降噪处理。

#### 1.2 ELMD 基本原理

ELMD 是在 LMD 基础上引入白噪声辅助分 析的一种改进算法。LMD 能够把多成分信号分 解为一系列频率由高到低排列的乘积函数(product functions, PF)分量,每个 PF 分量应只包含一 个频率成分,然而研究表明信号的间歇性会造成 原始 LMD 的模态混叠问题,该问题导致 LMD 将 信号分解为一些物理意义不明确的 PF 成分,即一 个 PF 分量可能包含不同的时间尺度,使信号与噪 声无法完全筛分,影响去噪效果。

为抑制 LMD 的模态混叠, ELMD 将白噪声辅助分析方法引入到 LMD 中,在 LMD 方法自适应分解前对信号重复加入 M 次均值为零的高斯白噪声,白噪声均匀分布在各个频段上,可以引导信号自适应分布到合适的频段上,改善了极值点分布不均匀的缺陷,可有效抑制模态混叠。主要步骤如下:

1)在目标信号x(t)叠加M次均值为0的高斯 白噪声 $n_i(t), i=1,2,3, \cdots, M$ ,得到混合信号 $x_i(t)$ :

$$x_i(t) = x(t) + n_i(t)$$
 (13)

2)使用 LMD 将  $x_i(t)$  分解为分量  $PF_{ij}(t)$  和余 项  $u_i(t)$ , 记为  $a_{ij}(t)$ :

$$a_{ij}(t) = \sum_{j=1}^{L-1} PF_{ij}(t) + u_i(t)$$
 (14)

式中:L为LMD分解次数;PF<sub>ij</sub>为经过叠加第i次 高斯白噪声后,再经过LMD分解得到的第j个PF 分量。

3)将全部 PF 分量  $PF_{ij}(t)$  和余项  $u_i(t)$  做集合 均值作为最终分解结果, 记为  $a_j(t)$ :

$$a_{j}(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} a_{ij}(t)$$
 (15)

式中: $a_i(t)$ 为ELMD分解得到的第j个PF分量。

虽然 ELMD 有效抑制了 LMD 的模态混叠效 应,但从 EMD,LMD 及其所有相关改进算法的本 质来说,迭代算法上一层分解得到的结果会用到 下一层的分解过程中,因此噪声在每层 PF 分量中 都有混叠,只是程度不同。舍弃掉 ELMD 分解结 果的高频部分,会造成部分低频有用信息随着高 频 PF 分量被去除而丢失,而部分高频噪声又遗留 在低频 PF 分量中。

要实现有效降噪需对ELMD分解结果进行筛选,分辨出噪声分量和有效分量。因此,引入K-L 散度(Kullback-Leibler divergence)法确定噪声分 量与有效分量分界点,将分界点之前的噪声分量 剔除,对剩余分量予以保留,实现降噪的同时最 大程度避免丢失信号有效信息。

# 1.3 K-L 散度原理

ELMD将含噪信号分解为从高频到低频分布的一系列PF分量,因此引入信息论中K-L散度法区分噪声分量和有效分量。K-L散度被广泛用于度量两个分布之间的相似性<sup>[14]</sup>,算法如下:

1)利用非参数估计方法计算两个信号 $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 和 $Y=\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 的概率密度分布,分别 记为p(x)和q(x):

$$p(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^{n} k \left( \frac{x_i - x}{h} \right)$$
(16)

$$q(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^{n} k \left( \frac{y_i - x}{h} \right) \quad x \in R$$
 (17)

其中

$$k(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2}$$
(18)

式中:h为平滑参数,是一个给定的正值;k(·)为 高斯核函数。

2)根据概率分布,计算两个信号的K-L距离。 信号*X*,*Y*的K-L距离分别记为δ(*p*,*q*),δ(*q*,*p*):

$$\delta(p,q) = \sum_{x \in N} p(x) \ln\left[\frac{p(x)}{q(x)}\right]$$
(19)

$$\delta(q,p) = \sum_{x \in \mathbb{N}} q(x) \ln\left[\frac{p(x)}{q(x)}\right]$$
(20)

3)计算K-L散度:

$$D(p,q) = \delta(p,q) + \delta(q,p)$$
(21)

基于这一理论,依次将各PF分量与原信号作 为两个集合,采用K-L散度对各个PF分量与原信 号的相似程度进行界定。与原信号相似性越高的PF分量K-L散度越小。根据K-L散度特点,针对电力系统信号,分量K-L散度越大说明其为噪声分量的可能性就越大。将各分量与原信号的K-L散度按照式(21)归一化至[0,1]区间。其中*x*为K-L散度值,*x<sub>max</sub>和<i>x<sub>min</sub>*分别为K-L散度最大值和最小值,*y*为归一化值。归一化后设置阈值*c*,对高于阈值*c*的分量为噪声分量,低于阈值*c*的分量为有效分量。

ELMD借助白噪声在求平均时相互抵消的思想,将M次分解得到的PF分量的平均值作为最终的分解结果,可以排除白噪声分量得到真实分量,然而有限次的平均并不能使白噪声完全消除。目前常用的小波变换消噪法受基小波、阈值选择等问题的影响,消噪能力并不十分理想,因此使用奇异值分解方法进一步消除白噪声残留和模态混叠带来的工程噪声残留:

$$y = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}$$
(22)

1.4 奇异值分解基本原理

对于含噪离散信号*X* = [*x*(1),*x*(2),…,*x*(N)], 可以被表示为

 $x(i) = s_i + w_i$   $i = 1, 2, \dots, N$  (23)

式中:s<sub>i</sub>和w<sub>i</sub>分别为真实信号和噪声信号。

构造X的Hankel矩阵:

$$A = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \cdots & x(n) \\ x(2) & x(3) & \cdots & x(n+1) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ x(N-n+1) & x(N-n+2) & \cdots & x(N) \end{bmatrix} = S + W$$
(24)

式中:S为真实信号空间;₩为含噪信号空间。

令m=N-n+1表示矩阵的窗口长度。对于实 矩阵 $A \in R^{m \times n}$ ,总是存在两个正交矩阵 $U \in R^{m \times n}$ 和 $V \in R^{m \times n}$ ,他们满足以下条件:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{D}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} = \sum_{i=1}^{k} \sigma_{i}\boldsymbol{u}_{i}\boldsymbol{v}_{i} = \sum_{i=1}^{k} \sigma_{i}\boldsymbol{A}_{i} \qquad (25)$$

式中: $u_i 和 v_i$ 分别为U和V的第i列向量; $A_i$ 是由 $u_i$ 和 $v_i$ 组成的子矩阵; $D \in R^{m \times n}$ 是对角矩阵,定义为  $D = [\text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_q), O](m \le n)$ 或其转置,O是 零矩阵,并且 $q = \min(m, n)$ 。对角元素 $\sigma_i$ 称为A的 奇异值,并且 $\sigma_1 > \sigma_2, \dots, > \sigma_m > 0$ 。

根据奇异值分解理论和 Frobeious 范数意义

下矩阵最佳逼近定理得到:有用的信号主要由前 r个较大的奇异值反映,噪声信号由后面较小的 奇异值反映,保留较大奇异值将余下奇异值置 零,形成新的对角矩阵**D**带入式(24)进行逆变换 获得降噪重构后的信号。因此,奇异值分解降噪 的关键在于重构个数r的选择。

# 1.5 奇异值分解阶数确定

以原始信号主频个数的两倍作为奇异值有效秩阶次的方法对仿真信号取得了较好的效果<sup>[15]</sup>,而文中方法在SVD之前已经通过ELMD初步降噪,因此对实际工程中的复杂工况仍有良好的适应性。采用FFT提取信号主频个数,从而确定奇异值有效秩阶次。

# 2 ELMD-SVD-Prony 算法

## 2.1 算法思路

虽然 ELMD 抑制了 LMD 的模态混叠效应,但 对分解结果直接去除高频 PF 分量的做法仍可能 造成部分有效信息丢失,因此本文采用 ELMD 分 解得到 PF 分量,然后计算各 PF 的 K-L 散度,将含 噪分量予以剔除,对剩余有效分量进行 SVD 二次 降噪,最后结合 Prony 提取谐波参数。该算法可 有效降噪同时不丢失信号有效信息,提升 Prony 检测精度。

## 2.2 联合处理过程

ELMD-SVD-Prony算法联合处理过程如下:

 7) 对含噪信号进行 ELMD 分解,得到 L 个 PF<sub>i</sub>(t), i=1,2,...,L以及余项 u(t)。

2)分别计算各*PF<sub>i</sub>(t)*分量与原始含噪信号的K-L散度并归一化,K-L散度方法区分度较高,本文针对电力系统信号进行大量实验后将阈值*c*设置为0.5。将高于阈值的*n*个PF中前*n*-1个予以剔除,第*n*个PF为分界分量,由于分界分量中会含有部分有效信息故予以保留。

3) 对分界分量及剩余 PF 分量利用奇异值分 解降噪,奇异值阶数根据信号主频个数确定。

4) 将奇异值分解降噪后的各 PF 分量与余项 u(t) 累加重构得到最终降噪结果。

5)对联合降噪处理得到的信号进行 Prony 分析,获得谐波参数。

## 2.3 算法流程图

本文所提算法流程图如图1所示。



3 仿真分析

电力系统模拟信号如下:

 $\begin{aligned} x(t) &= \sin(2\pi \times 50t + 0.78) + 0.15 \sin(2\pi \times 110t + 0.34) + \\ &\quad 0.5 \sin(2\pi \times 150t + 0.52) + 0.45 \sin(2\pi \times 250t + 1.04) + \\ &\quad 0.09 \sin(2\pi \times 300t + 0.89) + 0.3 \sin(2\pi \times 350t + 0.25) \end{aligned}$ 

仿真参数设置如下:采样频率10kHz,采样 点数3000,采样时长0.3s。将20dB高斯白噪声 加入信号中,得到含噪信号如图2所示。



#### 3.1 降噪效果对比分析

ELMD 对含噪信号分解结果如图 3 所示。 K-L散度如图 4 所示,相似性最低的 PF<sub>6</sub>为余项。

对  $PF_1 \sim PF_5$ 的 K-L 散度归一化记录于表 1, 可见  $PF_2$ 为分界分量,此时剔除  $PF_1$ 分量,并对  $PF_2$ 和剩余分量进行 SVD 二次降噪,降噪重构后 波形如图 5 所示。

由图5波形可以看出,除端点效应造成的端 点处有些许误差,重构波形绝大部分与原信号近 乎完全贴合,最大程度得保留了信号的原始特征。

为进一步验证文中方法降噪效果,现将文中 ELMD-SVD 降噪方法与 EEMD-SVD 降噪方法与 EEMD-SVD 降噪方法<sup>116</sup>进行对比。EEMD在EMD基础上使用了白噪声辅助分析,是目前常用的降噪方法,文献[16]将 EEMD与 SVD 结合用于矿山微震信号降噪。





Fig.5 Noise reduction and reconstruction waveform 为定量分析降噪效果,引入均方根误差 (RMSE)和信噪比(SNR)公式作为评价指标:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} [x'_{i}(j) - x_{i}(j)]^{2}} \qquad (27)$$

$$SNR = 10\ln\left\{\frac{\sum_{j=1}^{N} x_{i}(j)^{2}}{\sum_{j=1}^{N} [x_{i}'(j) - x_{i}(j)]^{2}}\right\}$$
(28)

式中: $x_i(j)$ 为不含噪信号; $x_i'(j)$ 为含噪信号;N为 采样点数。

RMSE 越小, SNR 越大, 说明降噪效果越好。

分别评测上述方法在加入5 dB,10 dB,20 dB 高斯白噪声后的降噪表现。

EEMD-SVD方法与文中所提方法的仿真对 比结果如表2所示。

#### 表2 两种方法降噪效果对比

Tab.2 Comparison of denoising of two methods

| 实测噪声环境         |                 | EEMD-SVD       |                 | 文中方法           |                 |
|----------------|-----------------|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| <i>SNR</i> /dB | <i>RMSE</i> /dB | <i>SNR</i> /dB | <i>RMSE</i> /dB | <i>SNR</i> /dB | <i>RMSE</i> /dB |
| 6.303 3        | 0.481 1         | 12.819 8       | 0.209 6         | 21.593 1       | 0.073 8         |
| 10.486 1       | 0.276 3         | 15.952 9       | 0.141 5         | 25.730 3       | 0.045 7         |
| 20.111 0       | 0.087 6         | 21.115 8       | 0.077 4         | 30.015 2       | 0.027 9         |

由表2可以看出,在不同噪声环境下,经 EEMD-SVD处理后信号 SNR提高了1.004 8~ 6.516 5 dB, RMSE 降低了0.010 2~0.271 5 dB; 而 文中方法 SNR提高了9.904 2~15.289 8 dB, RMSE 降低了0.059 7~0.407 3 dB。其中在6.303 3 dB 的噪声环境下文中方法可实现高达15.289 8 dB 的信号恢复能力。表2结果表明文中方法降噪 效果更显著且在低信噪比环境下仍具有很强的适 应性。

## 3.2 检测性能对比分析

为验证文中降噪方法对 Prony 算法检测精 度的提升,将式(25)信号分别经 EEMD-SVD 和 ELMD-SVD方法降噪后的信号进行 Prony 分析。 由于高频噪声被剔除,为满足 Nyquist 采样定 理,将两种方法降噪后信号每隔 10 个采样点取 值一次,得到采样频率为1 000 Hz,采样点数为 300 的信号序列进行 Prony 分析, Prony 阶数设置 为 12。

EEML-SVD-Prony方法与文中所提方法检测结果对比如表3所示。

由表3数据可见,在20dB噪声环境下, EEMD-SVD-Prony方法对各整数次谐波拟合较 好,但对于幅值含量较低的110Hz间谐波和300 Hz偶次谐波基本无法准确辨识。而文中方法对 于各次谐波间谐波的频率幅值相位均能准确辨 识,有效提高了Prony算法的对间谐波的辨识能 力。且EEMD需要手动设置分解阶数,而ELMD 无需人为干预。

表3 检测结果对比

Tab.3 Comparison of test results

| 设置值/          | 检测结果/[Hz/V/(°)]           |                           |  |  |  |
|---------------|---------------------------|---------------------------|--|--|--|
| [Hz/V/(°)]    | EEMD-SVD-Prony            | 文中方法                      |  |  |  |
| 50/1.00/0.78  | 50.111 9/1.024 2/0.791 3  | 50.002 0/0.998 7/0.783 5  |  |  |  |
| 110/0.15/0.34 | 122.593 9/0.169 3/0.372 6 | 110.057 3/0.152 3/0.347 7 |  |  |  |
| 150/0.50/0.52 | 149.823 6/0.513 3/0.526 6 | 150.003 7/0.501 4/0.513 7 |  |  |  |
| 250/0.45/1.04 | 249.760 3/0.469 7/1.029 4 | 249.999 0/0.451 4/1.038 8 |  |  |  |
| 300/0.09/0.89 | 332.012 2/0.073 3/0.813 9 | 300.042 7/0.087 8/0.919 9 |  |  |  |
| 350/0.30/0.25 | 349.833 7/0.308 2/0.245 8 | 350.008 9/0.298 1/0.252 1 |  |  |  |

# 3.3 算法比较

文献[17]提出基于 CEEMD 和改进 Prony 的谐 波分析方法。

为进一步说明文中所提方法的优越性,采用与文献[17]相同的信号模型,在20dB噪声环境下,设置ELMD白噪声加噪幅值为0.8,加噪次数为300,SVD分解阶数为8。文中所提方法降噪后的仿真辨识结果与文献[17]方法结果对比如表4~表6所示。

#### 表4 频率检测结果

Tab.4 Frequency detection result

| 频率/Hz | 文献[17]方法 |      | 文中方法    |       |
|-------|----------|------|---------|-------|
|       | 检测值/Hz   | 误差/% | 检测值/Hz  | 误差/%  |
| 25    | 25.333   | 1.33 | 24.993  | 0.028 |
| 50    | 50.280   | 0.56 | 50.006  | 0.012 |
| 155   | 157.666  | 1.72 | 154.983 | 0.010 |
| 250   | 247.425  | 1.03 | 249.984 | 0.006 |

表5 幅值检测结果

Tab.5 Amplitude detection results

| 幅值/V | 文献[17]方法 |      | 文中方法   |      |
|------|----------|------|--------|------|
|      | 检测值/V    | 误差/% | 检测值/V  | 误差/% |
| 8.7  | 8.726    | 0.29 | 8.721  | 0.24 |
| 14.2 | 14.232   | 0.23 | 14.174 | 0.20 |
| 4.5  | 4.485    | 0.34 | 4.487  | 0.29 |
| 1.5  | 1.497    | 0.22 | 1.504  | 0.26 |

表6 相位检测结果

Tab.6 Phase detection results

| 相位/(°) | 文献[17]方法 |      | 文中方法    |       |
|--------|----------|------|---------|-------|
|        | 检测值/(°)  | 误差/% | 检测值/(°) | 误差/%  |
| 30     | 30.522   | 1.74 | 30.324  | 1.080 |
| 45     | 45.833   | 1.85 | 44.629  | 0.824 |
| 36     | 35.420   | 1.61 | 36.422  | 1.170 |
| 60     | 59.496   | 0.84 | 60.587  | 0.978 |

由表4~表6中数据可见,文中方法频率检测 精度更高,对25 Hz和155 Hz间谐波的测量精度 达到0.028%和0.01%,比文献[17]方法的频率检 测精度高出一个数量级,得益于ELMD的抗模态 混叠能力和K-L散度的含噪分量识别,ELMD-SVD-Prony方法检测结果更加准确。

## 3.4 实测信号验证

为更好地验证文中所提方法的有效性,采用 文献[18]的实际信号,其为无补偿直流电弧炉的 特征信号,由基波(50 Hz)、高次谐波(125 Hz)和 间谐波(25 Hz)组成。信号采样频率为10 kHz,采 样点数为3 000,在20 dB噪声环境下波形如图6 所示。设置 ELMD 加噪幅值为0.8,加噪次数为 300,SVD 分解阶数为6,经 ELMD-SVD 降噪重构 后波形如图7所示。





Fig.7 Noise reduction and reconstruction signal waveform 对降噪后信号每隔20采样点取值一次,得到 采样频率为500 Hz信号进行Prony分析,参数辨 识结果如表7所示。

| 表 7 | 实测信号参数辨识 |
|-----|----------|
|     |          |

| lab./        | Parameter | identification of | of measured | sıgnal |
|--------------|-----------|-------------------|-------------|--------|
| 1.4. 500.1.0 |           |                   |             |        |

| 频率/ | 检测频率/     | 何<br>佐<br>小 | 检测幅      | 相位/(°) | 检测相     |
|-----|-----------|-------------|----------|--------|---------|
| Hz  | Hz        | "用[且./ V    | 值/V      |        | 位/(°)   |
| 25  | 25.011 1  | 64.933      | 65.564 9 | -0.04  | 0.040 2 |
| 50  | 49.992 3  | 100.000     | 99.916 6 | 0.00   | 0.000 0 |
| 125 | 124.993 9 | 74.813      | 75.090 1 | 8.86   | 8.881 2 |
|     |           |             |          |        |         |

由表7可知,文中算法对实测数据的频率检测精度较好,对25 Hz,50 Hz,125 Hz高次谐波的频率检测误差分别为0.044 4%,0.015 4%,0.004 9%,幅值和相位检测误差均在1%以下。验证了文中方法的有效性。

# 4 结论

针对噪声干扰电力系统谐波信号提取问题, 文中利用ELMD的滤波器组结构对含噪信号进行 54 初步降噪,再利用 K-L 散度确定有效分量进行 SVD二次降噪,最后对去噪后信号进行 Prony 分 析,充分发挥各算法优点。结果表明,文中方法 在低信噪比环境下仍具有优异的信号恢复能力 和谐波参数辨识能力。

#### 参考文献

 帅定新,谢运祥,王晓刚.电网谐波电流检测方法综述[J].电 气传动,2008(8):17-23.
 Shuai Dingxin, Xie Yunxiang, Wang Xiaogang. Review of harmonic current detecting methods in power system [J]. Electric

Drive, 2008(8): 17-23.

- [2] 郭振涛,迟长春,武一.基于 Blackman 自乘-卷积窗的 FFT谐 波检测算法[J].电测与仪表,2019,56(13):16-22.
  Guo Zhentao, Chi Changchun, Wu Yi. An algorithm for FFT harmonic detection based on blackman self-multiplication-convolution window[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2019,56(13):16-22.
- [3] 唐忠,焦婷.基于小波包变换的电力系统谐波分析[J].电测 与仪表,2016,53(18):57-62.

Tang Zhong, Jiao Ting. Analysis of power system harmonic based on wavelet packet transform[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2016,53(18):57-62.

[4] 赵庆生,王宇,郭贺宏,等.扩展Prony算法在电力系统非整次谐波检测中的应用研究[J].电测与仪表,2016,53(7):57-60,73.

Zhao Qingsheng, Wang Yu, Guo Hehong, *et al.* Study on the application of extended Prony algorithm in non-integral harmonics detection of power system[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2016, 53(7):57–60, 73.

- [5] 刘德利,曲延滨,梁景凯.希尔伯特-黄变换在电力谐波分析 中的应用研究[J].电测与仪表,2011,48(6):39-43.
  Liu Deli, Qu Yanbin, Liang Jingkai. Application research of HHT in harmonic analysis of power system[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2011,48(6):39-43.
- [6] 谭莲子,张莉萍,解大,等.改进小波阈值去噪法在谐波检测中的应用[J].电测与仪表,2019,56(13):23-26,75.
  Tan Lianzi, Zhang Liping, Xie Da, et al. Application of improved wavelet threshold de-noising method in harmonic detection[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2019, 56 (13):23-26,75.
- [7] 王志斌,曹红伟,刘佳佳.基于小波包去噪与EMD的故障电弧检测算法研究[J].电测与仪表,2019,56(6):117-121.
  Wang Zhibin, Cao Hongwei, Liu Jiajia. Research on fault arc detection algorithm based on wavelet packet de-noise and EMD decomposition[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2019,56(6):117-121.
- [8] 李兴源,朱瑞可,王渝红,等.基于EMD和Prony算法的同步电机参数辨识[J].电网技术,2012,36(8):136-139.
   Li Xingyuan, Zhu Ruike, Wang Yuhong, *et al.* Parameter

identification of synchronous machine basedon empirical mode decomposition and Prony algorithm[J].Power System Technology, 2012, 36(8): 136–139.

- [9] Wu Z H, Huang N E.Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method[J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2009, 1(1):1-41.
- [10] Smith Jonathan S. The local mean decomposition and its application to EEG perception data[J]. Journal of The Royal Society Interface. 2005, 2(5):443–454.
- [11] 张超,杨立东,李建军.局部均值分解和经验模态分解的性能对比研究[J].机械设计与研究,2012,28(3):38-40,54.
  Zhang Chao, Yang Lidong, Li Jianjun. The performance contrast between local mean decomposition and empirical mode decomposition[J]. Machine Design and Research, 2012,28(3): 38-40,54.
- [12] 董林鹭,蒋若辰,徐奴文,等.基于LMD-SVD的微震信号降 噪方法研究[J].工程科学与技术,2019,51(5):126-136.
  Dong Linlu, Jiang Ruochen, Xu Nuwen, *et al.* Research on microseismic signal denoising method based on LMD-SVD[J].Advanced Engineering Sciences,2019,51(5):126-136.
- [13] Yang Yu, Cheng Junsheng, Zhang Kang. An ensemble local means decomposition method and its application to local rubimpact fault diagnosis of the rotor systems. 2012, 45(3):561– 570.
- [14] Sun J D, Xiao Q Y, Wen J T, et al. Natural gas leak location

\*\*\*\*\*

with K-L divergence-based adaptive selection of ensemble local mean decomposition components and high-order ambiguity function[J].Journal of Sound & Vibration, 2015, 347:232-245.

- [15] 钱征文,程礼,李应红.利用奇异值分解的信号降噪方法[J]. 振动.测试与诊断,2011,31(4):459-463,534-535.
  Qian Zhengwen, Cheng Li, Li Yinghong. Noise reduction method based on singular value decomposition[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis,2011,31(4):459-463,534-535.
- [16] 李伟,江晓林,陈海波,等.基于 EEMD\_Hankel\_SVD 的矿山 微震信号降噪方法[J].煤炭学报,2018,43(7):1910-1917.
  Li Wei, Jiang Xiaolin, Chen Haibo, *et al.* Denosing method of mine microseismic signal based on EEMD\_Hankel\_SVD[J]. Journal of China Coal Society, 2018,43(7):1910-1917.
- [17] 吴新忠,邢强,周涛,等.基于 CEEMD 与改进 Prony 的谐波检测方法[J].电测与仪表,2017,54(10):80-86.
  Wu Xinzhong, Xing Qiang, Zhou Tao, *et al.* A harmonic detection method based on CEEMD and the improved Prony algorithm[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2017,54 (10):80-86.
- [18] Leonowicz Z, Lobos T, Rezmer J. Advanced spectrum estimation methods for signal analysis in power electronics[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2003, 50(3):514-519.

收稿日期:2020-12-17 修改稿日期:2021-01-06

(上接第47页)

- mode control[D]. Zhejiang: Hangzhou Dianzi University, 2018. [8] 周雪松,李康,马幼捷. DC-DC 变换器滑模变结构控制研
- 究[J]. 电力系统及其自动化学报, 2021, 33(3): 11-17. Zhou Xuesong, Li Kang, Ma Youjie. Research on slidingmode variable-structure control of DC-DC converter[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2021, 33(3): 11-17.
- [9] 黄勤,罗成渝,凌睿.Buck三电平变换器的PWM滑模控制
  [J]. 计算机工程与应用, 2015, 51(11): 256-260.
  Huang Qin, Luo Chengyu, Ling Rui. PWM based sliding mode control in three-level Buck converter[J]. Computer Engineering and Applications, 2015, 51(11): 256-260.
- [10] 侯波,穆安乐,董锋斌,等.单相电压型全桥逆变器的反步 滑模控制策略[J].电工技术学报,2015,30(20):93-99.
  Hou Bo, Mu Anle, Dong Fengbin, *et al.* Backstepping sliding mode control strategy of single-phase voltage source full-bridge inverter[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(20):93-99.

- [11] Lee Sanghyuk, Kim Pyosoo, Choi Sewan. High step-up softswitched converters using voltage multiplier cells[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2013, 28(7): 3379–3387.
- [12] 杨超,苑红,余岱玲,等.变论域模糊 PID 控制在改善DC-DC 变换器非线性非最小相位系统的性能研究[J].电工电能 新技术,2017,36(1):30-37.

Yang Chao, Yuan Hong, Yu Dailing, *et al.* Research on performance of variable universe fuzzy PID control in improving nonlinear non-minimum phase system for DC-DC converter[J].
Advanced Technology of Electrical Engineering and Energy, 2017, 36(1):30–37.

收稿日期:2020-12-16 修改稿日期:2021-01-04